국립국어원 2018-01-03

발간등록번호
11-1371028-000703-01

[2017 개정 한국 점자 규정]

수학 점자 규정 해설

발간사

2017년은 점자법이 시행되고 한국 점자 규정이 개정되는 등 점자의 보급과 발전에서 여러모로 뜻깊은 한 해였습니다. 1926년 송암 박두성 선생이 한글 점자 '훈맹정음'을 만든 이후 1997년에 한국 점자 규정이 최초로 고시되었고 2006년 한 번의 개정을 거친 이후 10여 년 만에 또 한 번의 새로운 결실을 맺게 되었습니다.

2017년 한국 점자 규정 개정은 한글, 수학 등 각 분야 전문분과소위원회를 구성하여 내용을 마련하고 2016년 5월 점자규범정비위원회와 11월 국어심의회에서 의결되어 2017년 3월 28일 고시되었습니다. 이번 개정에서는 점자 표기의 정확도를 높이고 예시를 보완하는 한편 2014년 한글 맞춤법 문장 부호 개정에 따른 내용도 반영하였습니다.

국립국어원에서는 개정된 점자 규정에 대해 사용자의 이해를 돕고자 해설서 발간을 계획하여 올해 한글과 수학 점자 규정 해설서부터 우선적으로 발간하게 되었습니다. 점자를 배우고 싶어도 교육 자료가 부족하여 점자 학습에 어려움이 많고 규정이 개정되어 기존의 표기와 달라진 내용이 현장에서 바로바로 적용되기 어려운 상황에서 이 해설서가 조금이나 도움이 될 수 있기를 바랍니다. 그리고 이 해설서가 토대가 되어 앞으로 다양한 점자 관련 학습 자료가 지속적으로 발간될 수 있기를 기대합니다.

한글, 수학 점자 규정 해설서가 점자의 보급과 발전에 기여할 수 있기를 바라며 이 해설서를 펴내기까지 관심과 정성을 쏟아 주신 한글, 수학 분과 위원들과 관계자들께 감사의 인사를 전합니다.

2018년 3월

국립국어원장 송철의

머리말

2017년 3월 『개정 한국 점자 규정』이 고시되었다. 2006년 1차 개정 이후 10여 년 만에 대폭적인 수정 보완으로 새로운 규정이 탄생하였다. 수학 점자 규정은 그간 몇 차례의 변화를 겪어 왔다. 1967년 교육과정 개편과 교과서 점역을 계기로 전국 맹학교 대표들이 모여 한문제 교사(서울맹학교)가 이전부터 수정·보완해 온 수학 점자 기호를 채택하면서 수학 점자가 공식화되었다. 1979년에는 문교부 주최 전국 맹학교 고등부 대표자 회의에서 대학상비고사 문제 점역을 대비하기 위해 부족한 수학 점자 기호 30개를 만들어 통일안을 확정하였다. 그리고 1983년 단국대학교 김승국 교수가 문교부의 정책 연구 과제를 수행하여 『한국 점자 통일안』을 완성하였다. 1997년 문화체육부는 한국표준점자 제정 자문위원회를 조직하여 한국 점자를 정비하고 그해 12월 17일 정부 고시를 통해 『한국 점자 규정』을 발표하였다. 이 규정에서는 대학 수준의 수학 기호를 표기할 수 있도록 범위를 넓혀 수학 점자를 정비하였다. 2006년 문화관광부는 기존의 점자 규정을 일부 수정·보완하여 『개정 한국 점자 규정』을 고시하였다.

이러한 몇 차례의 개정에도 불구하고 묵자와 수학 점자의 통일성 있는 체계를 지향하기에는 표기의 한계가 있었다. 이를 해결하여 좀 더 편리하게 점자를 사용할 수 있도록 규정을 개정하기 위해 2015년 8월 점자규범정비위원회가 발족했고 이 위원회의 수학·과학·컴퓨터 분과의 연구 활동을 통해 '개정 한국 점자 규정(안)'을 마련하여 2016년 2월 3일 공청회를 개최하였다. 공청회에서 나온 각계의 의견을 반영하고 점자규범정비위원회의 결의와 국어심의회의의 승인을 받아 2017년 3월 28일 마침내 『개정 한국 점자 규정』(문화체육관광부 고시 제2017-15호)이 고시되었다.

2017 개정 수학 점자 규정은 수식에서 묵자와 점자 기호 사이에 일대일 대응 관계를 이루도록 하여 수식 표현의 통일성을 추구하였고, 점역 소프트웨어 개발에서 표준이 될 수 있도록 개정·정비하였다. 2017년 수학 점자 규정 개정의 방향과 내용을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 규정을 해석하고 적용할 때 혼동의 여지가 있는 부분에 대하여 규정을 명확히 함으로써 더욱 정확하게 수식을 표현할 수 있도록 하였다. 예를 들어 한글 문장 중에 쓰인 로마자 단위나 로마자로 구성된 항을 표기할 때 로마자 표와 로마자 종료표 및 쉼표의 사용을 명확하게 규정하여 혼동을 줄였다.

둘째, 곱, 단항, 다항식 등을 표기할 때 묵자 표기와의 동일성을 추구하기 위해 묶음 괄호를 새롭게 제정하였다. 묶음 괄호를 사용하여 표기의 일관성을 높이고 수학 점역 응용 프로그램에서 알고리즘을 설계할 때 발생하는 문제점을 해소하였다. 또한 곱, 단항, 다항식 등의 묶음 처리에서 기존에는 소괄호를 사용하였는데 새롭게 묶음

괄호를 도입함으로써 괄호의 승격과 같은 문제점을 해소하였다.

셋째, 수식 표기에서 묵자와 점자 기호 사이의 일대일 대응 관계를 추구하여 표기의 통일성과 효율성을 높인다는 원칙에 따라 그동안 지수에서 약자로 사용했던 제곱과 세제곱 기호를 폐지하고 지수 기호를 모두 묵자 표기 체계와 동일하게 위 첨자 표기 방식으로 통일하였다.

넷째, 동일한 상황에서 여러 가지 방식으로 표기하던 서픽스 기호를 통폐합하고 아래 첨자 구조로 통일하여 수식의 구조와 형태를 체계화하였다.

이 해설서는 수학 점자 규정의 본문과 그에 대한 해설 그리고 관련 예시로 구성되어 있다. 해설에는 수학 일반에서 사용되는 수학적 개념과 수학 점자의 제자 원리, 관련 수식의 구조 및 체계를 충분히 설명하여 사용자가 쉽게 이해할 수 있도록 하였다. 그리고 다양한 예시를 통해 사용자가 수학 점자 기호를 정확히 적용할 수 있도록 하였고 개정 전과 개정 후의 내용을 대비하여 수학 점자 규정의 개정 내용을 쉽게 파악할 수 있도록 하였다. 또한 각 장의 끝에 실린 연습 문제와 해설서 부록에 실린 종합 문제를 통해 점역의 실제를 충분히 익힐 수 있도록 하였다.

본 해설서를 통해 많은 수학 점자 사용자가 개정 수학 점자 규정을 이해하는 데 도움이 되기를 바라며, 아직도 묵자 표기 체계와 다른 일반 연산, 로그 및 삼각 함수의 표기에 대한 개정은 향후 과제로 남겨두고자 한다.

2018년 3월

점자규범정비위원회 수학·과학·컴퓨터 분과

김한규, 배대식

차례

발간사 ····· i
머리말 ····· iii
일러두기 ····· vi

제1장 수학 일반 ····· 1

제2장 문자와 식 ····· 21

제3장 정수론•대수 ····· 48

제4장 기하 ····· 56

제5장 함수 ····· 68

제6장 미적분 ····· 79

제7장 집합과 명제 ····· 94

제8장 확률과 통계 ····· 108

제9장 기타 기호 ····· 113

참고 문헌 ····· 118

[부록 1] 2017년 수학 점자 규정 점역 예제(종합 문제) ····· 121
[부록 2] 2017년 수학 점자 규정 신구 대조표 ····· 171

일러두기

1. 이 해설서는 수학 점자 규정의 원리를 설명하고 규정의 내용을 쉽고 정확하게 이해할 수 있도록 다양한 예시를 담았다. 또한 각 장의 끝에 실린 연습 문제와 해설서 부록에 실린 종합 문제를 통해 점역의 실제를 충분히 익힐 수 있도록 하였다.

2. 이 해설서는 수학 점자 규정의 본문과 그에 대한 해설, 관련 예시로 구성되어 있다.

3. 수학 점자는 묵자 기호의 형태를 본떠 만드는 것을 기본으로 하고 전 세계적으로 그 원리는 동일하다. 현행 수학 점자도 대부분 형태 중심 표기의 원리에 따라 기호를 제정하였으나 일부 의미를 명확하게 구분해야 하는 경우에 의미 중심 표기의 원리를 이용하여 점형을 채택하였다. 이러한 두 유형을 구분하여 각각 '형태 중심 표기', '의미 중심 표기'라는 용어로 지칭하였다. 각 용어의 정의는 다음과 같다.

첫째, 형태 중심 표기(Shape Oriented)는 기호의 형태를 중심으로 그 모양을 본 따 점형에 적용한 것으로 수학 점자 대부분 이에 속한다. 하지만 나라마다 언어, 문화 등 차이가 있어 같은 기호라도 그 점형은 같지 않은 경우가 많다.

둘째, 의미 중심 표기(Mean Oriented)는 형태 중심 표기를 따르기 곤란할 때 한 가지 형태의 기호를 의미에 따라 여러 점형으로 제자하는 것이다. 수학 점자 외 다른 점자와의 구분이 필요하거나 묵자에서 같은 기호가 여러 의미로 사용되어 그 의미를 명확하게 하기 위해 이 원리를 적용한다.

4. 수학 용어의 띄어쓰기는 『표준국어대사전』을 따랐다. 현재 수학교과서나 대한수학회에서 규정한 수학 용어는 한글 맞춤법의 허용 규정에 따라 붙여 쓰는 것이 일반적이나 조항에 사용된 용어와의 일관성을 고려하여 해설에서도 띄어 쓰는 것으로 하였다.

제1장 수학 일반

제1항

제1항 숫자는 수표 ⠼을 앞세워 다음과 같이 적는다.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
⠼⠚	⠼⠁	⠼⠃	⠼⠉	⠼⠙	⠼⠑	⠼⠋	⠼⠛	⠼⠓	⠼⠊
10	12	50							
⠼⠁⠚	⠼⠁⠃	⠼⠑⠚							

[붙임] 수의 세 자리마다 표기되어 있는 쉼표는 ⠐으로 적는다.

해설

○ 수를 표현할 때에는 항상 수표 ⠼을 숫자 앞에 적는다.
○ 수표를 제외한 숫자의 점형은 로마자 a(⠁)~j(⠚) 점형과 동일하다.
○ 두 자리 이상의 수를 표현할 때에는 수표 다음에 숫자를 연속하여 적는다.

376 ⠼⠉⠛⠋

5409 ⠼⠑⠙⠚⠊

○ 점자에서 수표의 유효 범위는 수가 아닌 문자, 빈칸, 쉼표가 아닌 구두점 즉 말줄임표, 프라임, 쌍점 등이 접할 때까지이다.

24 32 ⠼⠃⠙ ⠼⠉⠃

6－23 ⠼⠋⠤⠼⠃⠉

○ 수 사이에 쉼표를 제외한 구두점 또는 기호가 있을 때에는 해당 문자 다음에 수표를 다시 적어야 한다. 이는 숫자가 로마자 a~j와 점형이 동일하고 수식에서는 한글 문장과 달리 수, 연결 문자 또는 기호 다음에 반드시 수가 위치하는 것이 아니라 영어 알파벳 등의 다양한 문자가 나타날 수 있기 때문이다.

3-1 ⠼⠉⠤⠼⠁

3-a ⠼⠉⠤⠁

7:8 ⠼⠛⠒⠼⠓

7:h ⠼⠛⠒⠓

○ 양수와 음수의 표현은 양(+) ⠢과 음(−) ⠔을 수표 앞에 적어 표현한다.

+7 ⠢⠼⠛

−14 ⠔⠼⠁⠙

○ [붙임] 조항에 따라 수의 세 자리마다 표시되는 쉼표는 ⠐을 적는다. 그런데 무조건 수의 세 자리마다 쉼표 ⠐을 적는 것이 아니라 묵자 표기와 같은 방식으로 적용한다.

5700 ⠼⠑⠛⠚⠚

5,700 ⠼⠑⠂⠛⠚⠚

제2항

제2항 사칙 연산 기호는 다음과 같이 적는다.

덧셈표(+)	⠖	37＋25	⠼⠉⠛⠖⠼⠃⠑
뺄셈표(−)	⠤	23－18	⠼⠃⠉⠤⠼⠁⠓
곱셈표(×)	⠦	13×3	⠼⠁⠉⠦⠼⠉
나눗셈표(÷)	⠸⠌	72÷8	⠼⠛⠃⠸⠌⠼⠓

해설

○ 수학에서 사용하는 연산에는 사칙 연산, 일반 연산, 집합 연산 등이 있다.

○ 사칙 연산이란 일반 계산에 사용하는 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 의미한다.

○ 덧셈표와 뺄셈표, 곱셈표와 나눗셈표는 서로 좌우 대칭이 되도록 점형을 제자하였다. 특히 나눗셈표는 묵자의 형태를 반영한 것이다.

○ 나눗셈표는 빗금(/) ⠸⠌으로 표기하는 경우도 많은데 점자 규정에서는 초등 수학부터 사용하는 나눗셈표(÷) ⠸⠌을 채택하였다.

4/2=4÷2

제3항

제3항 등호(=)는 ⠶으로 적는다.

$32+24=56$

$ax=b$

해설

○ 등호(equality sign)는 등식(등호를 포함한 식)에서 좌변과 우변이 같음을 표현하는 관계 기호이다.

○ 묵자에서 하이픈이 상하로 놓인 것에 착안하여 하이픈 모양에 해당하는 점형 ⠶을 연속해서 적는 것으로 제자하였다. 점형은 형태 중심 표기를 따랐다.

제4항

제4항 부등호는 다음과 같이 적는다.

1. '같지 않다($\neq$)'는 ⠡⠶으로 적는다.

$y\neq 0$

2. '보다 크다($>$)'는 ⠣으로 적는다.

$a>b$

3. '보다 크지 않다($\not>$)'는 ⠡⠣으로 적는다.

$x\not>0$

4. '보다 작다($<$)'는 ⠪으로 적는다.

$x<0$

$-1<x<3$

[붙임] '보다 작다' 다음에 음의 부호(−)가 나올 때에는 그 사이에 붙임표 ⠸⠸을 적어 나타낸다.

$-5<x<-2$ ⠼⠢⠸⠸⠭⠸⠸⠶⠤⠆

5. '보다 작지 않다(≮)'는 ⠸⠸⠪으로 적는다.

$x \not< y$ ⠭⠸⠸⠪⠽

6. '보다 크거나 같다(≧, ≥)'는 ⠸⠸⠦으로 적는다.

$x \geqq 5$ ⠭⠸⠸⠦⠢

7. '보다 크거나 같지 않다(≱, ≱)'는 ⠸⠸⠪⠸⠸⠦으로 적는다.

$x \not\geqq y$ ⠭⠸⠸⠪⠸⠸⠦⠽

8. '보다 작거나 같다(≦, ≤)'는 ⠸⠸⠴으로 적는다.

$x \leqq 0$ ⠭⠸⠸⠴⠚

$-3 \leqq y \leqq 0$ ⠤⠒⠸⠸⠴⠽⠸⠸⠴⠚

9. '보다 작거나 같지 않다(≰, ≰)'는 ⠸⠸⠪⠸⠸⠴으로 적는다.

$x \not\leqq y$ ⠭⠸⠸⠪⠸⠸⠴⠽ $-1 \not\leqq \sin x \not\leqq 1$ ⠤⠂⠸⠸⠪⠸⠸⠴⠎⠊⠝⠭⠸⠸⠪⠸⠸⠴⠂

해설

○ 부등호(inequality sign)는 등호를 제외한 모든 관계 기호를 말하며 ≠, >, < 등이 있다.

○ 같지 않다(≠) ⠸⠸⠶

묵자에서 부정을 나타낼 때 해당 기호에 빗금(/)을 겹쳐 적어 표기하고, 점자에서는 부정을 표현할 때 기호 앞에 ⠸⠸을 적어 표기한다.

부정을 나타내는 기호는 수학 전반에 걸쳐 폭넓게 사용되며 여러 기호와 조합하여 사

용될 수 있다.

$\not\in$
$\notin$
$\subset$

위의 제자 원리에 따라 등호 ⠶⠶ 앞에 ⠸을 적어 '같지 않다', 즉 부정을 표현한다.

$3 \neq x = a$

개정 전에는 칸을 절약하는 의미에서 ⠶을 한 개만 적었는데 이번 규정에서는 생략하지 않고 묵자의 형태에 따라 기호의 조합을 표현하는 방향으로 제자하게 되었다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$\neq$	⠸⠶	⠸⠶⠶
$y \neq 3$	⠽⠶⠒⠸⠼	⠽⠸⠶⠒⠸⠼

○ 보다 크다(>) ⠠⠣

기호의 좌변을 기준으로 기호의 우변을 비교한다. 즉, >란 기호의 좌변이 우변보다 큰 것을 의미한다.

$x > a$

: x는 a보다 크다 또는 x 크다 a

○ 보다 크거나 같다(≧, ≥) ⠠⠶, 보다 작거나 같다(≦, ≤) ⠣⠶

보다 크거나 같다(≧, ≥) ⠠⠶은 '보다 크다 또는(이거나) 같다'

보다 작거나 같다(≦, ≤) ⠣⠶은 '보다 작다 또는(이거나) 같다'를 의미하는 관계 기호이다.

보다 크거나 같다(≥), 보다 작거나 같다(≤) 기호는 묵자에서 부등호(>, <) 기호 밑에 등호를 사용하여 제자하였는데, 점자에서는 부등호 ⠠⠣, ⠣⠠과 등호 ⠶⠶을 겹쳐 쓰는 방식에 따라 ⠠⠶, ⠣⠶으로 제자하였다.

대소를 표현하는 부등호 역시 기호 앞에 ⠸을 적어 부정을 표현한다.

○ [붙임]에서 ‘보다 작다 ⠣⠁’ 다음에 음수를 표현하는 ⠤이 접할 때에는 같은 점형이 연속되므로 혼동의 우려가 있어 그 사이에 붙임표 ⠐을 넣어 구분을 분명히 한다.

$-3 < x \leftarrow a$ ⠼⠤⠒⠭⠣⠁⠐⠫⠁

○ 보다 작거나 같다(≤) ⠣⠒과 삼각 함수가 접할 때 두 기호를 구분하기 위해 붙임표 ⠐을 적는다.

$-1 \leq \sin\theta \leq 1$ ⠼⠤⠂⠣⠒⠎⠊⠝⠨⠹⠣⠒⠂

제5항

제5항 단위는 다음과 같이 적는다.

1. 숫자 다음에 단위가 올 때에는 그 단위 앞에 ⠐을 적는다.

3m ⠼⠉⠐⠍ 4cm ⠼⠙⠐⠉⠍
$1m$는 $100cm$이다. ⠼⠂⠍⠚⠚⠉⠍⠊⠙⠁

2. 숫자 다음에 한글로 된 단위가 올 때에는 그 사이에 붙임표를 쓰지 아니하고 숫자와 한글을 붙여 쓴다.

2걸음 ⠼⠃⠈⠎⠻⠢ 3주 ⠼⠉⠾⠚
5분 ⠼⠑⠄⠠⠠ 100점 ⠼⠁⠚⠚⠈⠎⠠⠠

3. 지수가 포함된 단위는 문자 뒤에 지수를 적는다. 한글이 포함된 단위는 한글 부분을 ⠰⠰ ⠸⠸으로 묶는다.

2 킬로미터 퍼 시: 2km/시 ⠼⠃⠀⠅⠊⠇⠗⠍⠊⠞⠻⠏⠻⠀⠠⠎⠒⠼⠃⠅⠍⠌⠠⠎

4. 일반적으로 쓰이는 아래의 단위들은 다음과 같이 적는다.

5 제곱미터: $5m^2$ ⠼⠑⠀⠠⠎⠒⠼⠑⠍⠘⠼⠃
7 제곱센티미터: $7cm^2$ ⠼⠛⠀⠠⠎⠒⠼⠛⠉⠍⠘⠼⠃
7 센티미터 퍼 세크: 7cm/sec ⠼⠛⠀⠠⠎⠒⠼⠛⠉⠍⠌⠠⠎

8 킬로미터 퍼 시: 8km/시

5. 도(°)·분(′)·초(″)는 다음과 같이 적는다.

도(°) 분(′) 초(″)

[다만] 도·분·초를 나타내는 단위는 숫자 다음에 쓴다.

6° 12′ 30″

해설

○ 단위 앞에 쓰는 표 ⠸은 로마자 표로서가 아니라 단위를 표시하기 위한 전치 기호로 쓰인 것이며 단위의 대부분을 로마자로 표현하기 때문에 이 기호를 쓴다. 한글을 제외한 모든 단위는 단위 표 ⠸을 앞에 적어야 한다.

○ 한글 문장 중에 로마자 단위가 포함될 때에는 로마자 종료표 ⠰을 적는다.
단, 로마자로 적지 않은 단위 표(비로마자 단위 표)와 로마자가 포함된 비로마자 단위를 적을 때에는 '한글 점자 규정' 제31항에 따라 로마자 종료표를 적지 않는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
물 2L를 넣으면	⠰⠠ ⠸⠇ ⠰⠄ ⠠⠓⠢⠰⠄	⠰⠠ ⠸⠇ ⠰⠄ ⠠⠓⠢⠰⠄

5%와 6%의 차이는 1%p다.

⠸⠴ ⠄ ⠸⠴ ⠰ ⠸⠏⠄

1‰은 1,000분의 1이다.

⠸⠴ ⠄ ⠸⠚⠚⠚⠄ ⠸⠙⠰⠄

○ 도(°)·분(′)·초(″) 단위에서는 단위 분 ⠸, 초 ⠸⠸ 앞에도 단위 표 ⠸을 적는다.

개정 전과 개정 후

구분	묵자	개정 전	개정 후
기호	분(′)	⠄	⠄⠄
	초(″)	⠄⠄	⠄⠄⠄
예	34′ 52″	⠼⠉⠙⠄ ⠼⠑⠃⠄⠄	⠼⠉⠙⠄⠄ ⠼⠑⠃⠄⠄⠄

○ 지수를 포함하는 단위는 수학 점자 제2장 19항의 지수 표기에 따라 단위의 로마자 다음에 위 첨자(지수) 기호 ⠰을 적고 지수(수, 문자, 수식 등)를 적는다.

○ 개정 전 규정에서는 제곱은 ⠆, 세제곱은 ⠒으로 지수 기호 없이 로마자 앞에 적어 표기하였다.

개정 전과 개정 후

구분	묵자	개정 전	개정 후
기호	m²	⠍⠆	⠍⠰⠼⠃
	cm³	⠉⠍⠒	⠉⠍⠰⠼⠉
예	2m²	⠼⠃⠍⠆	⠼⠃⠍⠰⠼⠃
	3cm³	⠼⠉⠉⠍⠒	⠼⠉⠉⠍⠰⠼⠉

단, 로마자로 된 단위에 포함된 숫자가 단위 끝에 올 때에는 ‘한글 점자 규정’ 제35항에 따라 로마자 종료표를 적지 않는다.

일사량 평년값은 4631MJ/m²이다.
⠣⠕⠇⠁⠗⠿⠁ ⠏⠒⠝⠝⠁⠚⠁⠧⠉⠁⠴ ⠼⠙⠋⠓⠁⠍⠚⠌⠍⠰⠼⠃⠲

목포의 일사량은 4631MJ/m² 이상이다.
⠣⠍⠕⠏⠕⠺ ⠕⠇⠁⠗⠿⠁⠴ ⠼⠙⠋⠓⠁⠍⠚⠌⠍⠰⠼⠃ ⠕⠇⠁⠇⠄

○ 단위가 ‘/’, ‘·’ 등에 의해 두 개 이상 결합되어 있을 때 단위 표는 처음 한 번만 적는다.

비표면적 : $11m^2/g = 1{,}000m^2 \cdot kg^{-1}$
⠃⠊⠏⠢⠍⠝⠚⠑⠉⠚⠒ ⠄⠒ ⠼⠁⠼⠚⠍⠰⠼⠃⠌⠛⠒⠼⠁⠚⠚⠄⠍⠰⠼⠃⠐⠄⠅⠛⠰⠤⠼⠁

○ 다만, 극히 제한적이지만 ‘/’ 다음에 한글 단위를 포함할 때에는 한글에 중점을 둔다는 점에서 한글 단위를 한글 소괄호 ⠦⠄ ⠄⠴ 안에 적어 표기한다.

3km/분

○ 그 외의 단위 표기 방식은 ‘과학 점자 규정’ 제2항을 따른다.

제6항

제6항 괄호와 묶음 괄호는 다음과 같이 적는다.

1. 괄호는 다음과 같이 적는다.

소괄호( )

중괄호{ }

대괄호[ ]

문장 속의 소괄호( )

$58-(17+14)$

(원의 면적(S)) = (반지름) × (반지름) × 3.14

2. 묶음 괄호는 단항의 곱, 다항 등을 묶어 표현해야 할 경우에 사용하는 기호로 점자에서만 사용하고, ⠸⠶으로 적는다.

$\frac{1}{ab}$ $\sqrt{xy}$

$\log_a \frac{u}{v}$ $\sin\frac{x}{6}$

3. 연립식의 묶음표는 ⠸⠇ ⠸⠾으로 적는다.

$$\begin{cases} x+y=5 \ \cdots ① \\ x-y=1 \ \cdots ② \end{cases}$$

해설

○ 수학에서 쓰이는 괄호는 다음과 같다.

소괄호(parenthesis)는 가장 기본이 되는 괄호로 연산의 우선순위를 표시하기 위해

주로 사용한다. 또한 좌표, 순서쌍, 열린구간, 행렬 등에서 독립적으로 사용한다.

중괄호(brace)는 연산에서 괄호가 여러 개 쓰이는 경우 이를 구분하기 위해 소괄호로 둘러싸인 식을 둘러싸는 괄호이다. 또한 집합, 수열 등에서 독립적으로 사용한다.

대괄호(bracket)는 연산에서 소괄호와 중괄호가 섞여 있는 경우 이를 구분하기 위해 중괄호로 둘러싸인 식을 다시 둘러싸는 괄호이다. 또한 가우스 괄호, 닫힌구간, 정적분 등에서 독립적으로 사용한다.

○ 묵자에서는 첨자, 상하좌우 배치 등을 통해 수식을 구현하기 때문에 단항 또는 다항 묶음을 특별히 처리하지 않아도 쉽게 식별할 수 있는 체계를 가지고 있다. 하지만 점자는 균일한 칸을 통해 문자와 수를 표현하므로 사용자가 묶음을 쉽게 식별할 수 있도록 처리하는 방법이 매우 제한적이다. 이에 따라 이번 개정에서는 점자 수식의 곱, 다항식 등의 처리를 위해 묶음 괄호 ⠸ ⠇을 사용하도록 하였다.

개정 전과 개정 후

기호명	묵자	개정 전	개정 후
대괄호	[ ]	⠸ ⠇	⠨⠷ ⠾⠨
큰대괄호	【 】	⠨⠷ ⠾⠨	폐지
묶음 괄호		-	⠸ ⠇

○ 개정 전에는 곱, 다항식 등을 괄호로 묶어 처리하면서 괄호 승격이 발생하여 대응이 불일치하는 경우가 있었다. 이번 개정에서 묶음 괄호를 사용하게 되면서 이러한 불일치를 해소하게 되었다.

단항, 다항의 묶음 괄호를 통한 처리는 수학 전반에 걸쳐 폭넓게 사용되는 중요한 요소로 다음과 같은 분야에서 사용된다.

개정 전과 개정 후

구분	묵자	개정 전	개정 후
분수	$\frac{x-3}{(x-1)(x-2)}$	⠸⠭⠤⠒⠼⠉⠸⠇⠸⠷⠭⠤⠒⠼⠁⠸⠾⠸⠷⠭⠤⠒⠼⠃⠸⠾	⠸⠭⠤⠒⠼⠉⠸⠇⠸⠷⠭⠤⠒⠼⠁⠸⠾⠸⠷⠭⠤⠒⠼⠃⠸⠾
지수	$3^{\frac{x+y}{2}}$	⠼⠉⠘⠸⠭⠬⠽⠸⠇⠒⠼⠃	⠼⠉⠘⠸⠭⠬⠽⠸⠇⠒⠼⠃
로그	$\log_2(x+1)(x+2)$	⠇⠕⠛⠂⠼⠃⠸⠷⠭⠬⠼⠁⠸⠾⠸⠷⠭⠬⠼⠃⠸⠾	⠇⠕⠛⠂⠼⠃⠸⠷⠭⠬⠼⠁⠸⠾⠸⠷⠭⠬⠼⠃⠸⠾
근호	$x\sqrt{x+y}$	⠭⠜⠸⠭⠬⠽⠸⠻	⠭⠜⠸⠭⠬⠽⠸⠻

○ 개정 전 큰대괄호 점형이 개정 후 대괄호 점형으로 변경되었다. 묵자 수식에서는 큰대괄호를 사용하지 않고 점자 수식에서도 묶음 괄호를 사용하게 되면서 더 이상 큰대괄호를 사용할 일이 없기 때문에 이번 개정에서 큰대괄호를 폐지하였다.

○ 수식을 표현할 때의 괄호의 사용은 다음과 같다.
수식에 한글이 포함될 때 그 부분을 묶음 괄호로 묶어 표기한다. 이는 한 단위(항)를 확실히 표현하기 위함이다.

원의 둘레 = 반지름 × 2 × 3.14

GDP 성장률(%) = $\frac{\text{금년도 실질 } GDP - \text{전년도 실질 } GDP}{\text{전년도 실질 } GDP} \times 100$

수식 중에 조건을 나타내는 괄호식이 있을 때 그 식의 괄호는 한글 소괄호로 묶는다.

이차 방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$에 대하여

절대 부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}\ \ (a>0,\ b>0)$

제7항

제7항 분수 표(⠤)는 ⠸으로 적는다.

1. 분수는 분모, 분수 표, 분자의 순서로 적는다.

   $\frac{3}{4}$ ⠼⠉⠸⠼⠙ $3\frac{1}{6}$ ⠼⠉⠸⠼⠁⠋

2. 빗금(/)으로 표시된 나눗셈표는 ⠸으로 적는다.

$2/3$ ⠼⠃⠸⠌⠼⠉

3. 분모나 분자가 곱 또는 다항식일 경우 묶음 괄호 ⠸⠦ ⠴⠸으로 묶어 나타낸다.

$x+\frac{1}{y}$ ⠭⠐⠖⠸⠦⠼⠁⠸⠌⠽⠴⠸

$\frac{1}{x+y}$ ⠸⠦⠼⠁⠸⠌⠸⠦⠭⠐⠖⠽⠴⠸⠴⠸

$\frac{1}{ab}$ ⠸⠦⠼⠁⠸⠌⠁⠃⠸

$\frac{ab}{5}$ ⠸⠦⠁⠃⠸⠌⠼⠑⠸

$2^{\frac{x+1}{3}}$ ⠼⠃⠘⠸⠦⠭⠐⠖⠼⠁⠸⠌⠼⠉⠸⠴⠸

해설

○ 분수(fraction)는 두 수 a와 b를 $\frac{a}{b}$와 같은 형태로 나타낸 것이다.

○ 분수 표 없이 분모를 내려 적는 간단한 분수 표기는 이번 개정에서 폐지되었으므로 앞으로 분수를 표현할 때에는 반드시 분모, 분수 표, 분자 순으로 적어야 한다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$\frac{3}{2}$	⠼⠉⠌⠼⠃	폐지
	⠼⠉⠸⠌⠼⠃	유지

○ 일본을 포함한 서양 각국의 수학 점자에서는 분수를 표현할 때 분자, 분수 표, 분모 순으로 적는 데 비해 한국 수학 점자에서는 분모, 분수 표, 분자와 같이 역순으로 적는다. 이는 분수를 읽는 순서의 문제로 우리말은 분모를 먼저 읽고 분자를 읽기 때문에 위와 같이 규정하였다.

○ 대분수는 정수와 분수가 결합된 형식으로, 정수 뒤에 분수를 적는다.

$\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}=2+\frac{1}{3}$ ⠼⠛⠌⠼⠉⠼⠁⠌⠉⠤⠼⠁⠌⠉⠐⠶⠼⠃⠐⠼⠁⠌⠉⠐⠶⠼⠃⠤⠼⠁⠌⠉

○ 번분수는 묵자에서는 상하 또는 계단식으로 표현하여 그 구분을 명확히 할 수 있지만 점자에서는 이렇게 표현하기 어려우므로 묶음 괄호를 사용해야 한다.

$\dfrac{x-\dfrac{1}{x-2}}{2x+\dfrac{3}{x-2}}$ ⠼⠭⠤⠼⠁⠌⠭⠤⠼⠃⠐⠶⠼⠃⠭⠼⠉⠌⠭⠤⠼⠃

제8항

제8항 소수는 다음과 같이 적는다.

1. 소수점(.)은 ⠲으로 적는다.

0.17 ⠼⠚⠲⠁⠛ .47 ⠼⠲⠙⠛

2. 순환 소수는 순환 마디 앞에 ⠈을 적어 나타낸다.

$0.\dot{6}$ ⠼⠚⠲⠈⠋ $0.7\dot{3}\dot{9}$ ⠼⠚⠲⠛⠈⠉⠊
$0.\dot{1}2\dot{3}$ ⠼⠚⠲⠈⠁⠃⠉ $.\dot{9}$ ⠲⠈⠊

해설

○ 점자의 소수 표기는 소수점 아래에서 수표를 적지 않고 숫자를 적는다.
○ 소수점이 마침표와 형태가 같으므로 소수점을 마침표와 동일한 점형으로 개정하여 통일성을 추구하였다.

개정 전과 개정 후

구분	묵자	개정 전	개정 후
기호	.(소수점)	⠄	⠲
예	0.17	⠼⠚⠄⠁⠛	⠼⠚⠲⠁⠛

○ 소수점 아래에서 로마자가 포함될 때에는 로마자 표 ⠸을 적어 표기한다.

$0.a$ ⠼⠚⠲⠸⠁

$0.a27$ ⠼⠚⠲⠸⠁⠼⠃⠛

○ 순환 소수는 무한 소수 중에서 소수점 아래의 숫자가 일정한 규칙으로 반복되는 소수를 이른다.
묵자에서 순환 소수는 순환 마디의 처음과 끝의 숫자 위에 점을 찍어 반복되는 부분을 표시하는 데 비해 점자에서는 순환 마디 앞에 ⠠을 적어 표기한다.

제9항

제9항 비(:)는 ⠐⠂으로 적는다.

$10 : 3 = 5 : x$ ⠼⠁⠚⠒⠼⠉⠀⠶⠀⠼⠑⠒⠭

해설

○ 비(ratio)를 표현하는 기호로 쌍점(:)을 사용한다.
○ 비를 표현할 때 쌍점 기호의 앞뒤에 칸을 띄지 않는다.
○ 기호의 앞뒤에 수 또는 로마자, 곱, 다항식 등이 모두 위치할 수 있다.

$4 : a$ ⠼⠙⠒⠁

$x+y : y+2$ ⠭⠬⠽⠒⠽⠬⠼⠃

$\overline{AB} : \overline{CD}$ ⠸⠠⠠⠁⠃⠒⠸⠠⠠⠉⠙

○ 한글 점자와 달리 쌍점 다음에 수가 위치할 때 그 수는 반드시 수표 ⠼을 적어야 한다. 수표를 적지 않으면 로마자로 취급되기 때문에 이 점을 유의해야 한다.

구분	한글 점자	수학 점자
3:1	⠼⠉⠐⠂⠁	⠼⠉⠒⠼⠁
3:a	⠼⠉⠐⠂⠁	⠼⠉⠒⠁

제10항

제10항 화살표는 다음과 같이 적는다.

오른쪽 화살표(→)
왼쪽 화살표(←)
양쪽 화살표(↔)
밑으로 향한 화살표(↓)
위로 향한 화살표(↑)
오른쪽 위로 향한 화살표(↗)
왼쪽 아래로 향한 화살표(↙)

[붙임] 화살표의 앞뒤를 한 칸씩 띄어 적는다.

$X \rightarrow Y$
$A \leftarrow B$
$a \leftrightarrow$ b

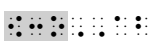
해설

○ 화살표(arrow sign)의 구성은 다음과 같다.

구분		수학 점자
화살대	우상향 또는 좌하향	
	좌상향 또는 우하향	
화살촉	우측(정방향)	
	좌측(역방향)	

○ 화살대는 한 개만 적고, 화살표의 앞뒤는 한 칸을 띈다.

○ 다만, 화살표의 앞뒤에 칸을 띄지 않거나 화살대를 두 개 표기하는 경우는 다음과 같다.

기호명	묵자	점자
직선	$\overleftrightarrow{AB}$	
반직선	$\overrightarrow{AB}$	
벡터(→)	$\overrightarrow{A}$	
항진 명제(⇒)	$p \Rightarrow q$	
필요 충분(⇔)	$p \Leftrightarrow q$	

제11항

제11항 내지 표(~)는 ⠸⠸으로 적는다.

$x \sim y$ ⠸⠸⠸⠸

해설

○ 물결표는 수와 수 사이에서의 범위(내지), 차(23항), 명제의 부정(77항) 등 수학에서 여러 가지 의미로 사용된다.

○ 수학 점자에서는 위에서 제시한 물결표를 묵자의 형태는 같지만 기능의 차이를 고려하여 점형을 달리하였다. (의미 중심 표기)

기호명	수학 점자
내지 표	⠸⠸
부정	⠰⠤
차	⠐⠒

제1장 연습 문제

1. 3700　3,700

2. $7-b$　$7-2$

3. 4.1　4.b

4. -5　$+5$　∓ 5　± 5

5. $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

6. 1, 2, 3, 4, …, 50

7. $-3 \le x < -1$

8. $f : \mathrm{I} \to \mathrm{J}$

   $X \underset{g}{\overset{f}{\rightleftarrows}} Y$

9. $\dfrac{4}{11}=0.363636\cdots=0.\dot{3}\dot{6}$

10. 번분수 $\dfrac{\dfrac{1}{x-1}+x+3}{x-3+\dfrac{1}{x-4}}$을 계산하여라.

11. $3 : x$

    $\dfrac{x}{3} : \dfrac{y}{4} : \dfrac{6}{z}=12k$

12. 문항 3 ~ 7번

    a~c중에서 옳은 것은?

13. 6㎞/시
    7m/분

14. x㎡와 y㎡를 구하시오.

15. 연립 방정식 $\begin{cases} a+b=1 \\ b-2c=6 \\ 2a+2c=0 \end{cases}$

제1장 연습 문제 정답

제2장 문자와 식

제12항

제12항 로마자는 다음과 같이 적는다.

a	b	c	d	e	f	g	h	i
⠁	⠃	⠉	⠙	⠑	⠋	⠛	⠓	⠊
j	k	l	m	n	o	p	q	r
⠚	⠅	⠇	⠍	⠝	⠕	⠏	⠟	⠗
s	t	u	v	w	x	y	z	
⠎	⠞	⠥	⠧	⠺	⠭	⠽	⠵	

1. 수식에 사용하는 로마자는 수식의 앞뒤를 두 칸씩 띄어 적되, 로마자 표 ⠰은 적지 않는다.

$ax+b=0$ ⠀⠀⠁⠭⠬⠃⠀⠿⠼⠚

이 방정식의 해는 $x=1$ 이다.

⠊ ⠓⠁⠑ ⠺⠐⠣⠭⠀⠿⠼⠁⠀⠕⠊⠙⠲ ⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠

2. 한글 문장 중에 로마자가 있을 때에는 그 문자 앞에 ⠰을 적고, 쉼표는 ⠠으로 적는다. 이 경우 로마자 종료표 ⠰은 적지 않고 한 칸 띈다.

다음 a, b에 대하여 ⠠⠠⠠ ⠰⠁⠠ ⠰⠃ ⠰ ⠠⠠⠠

[다만] 곱셈 기호가 생략된 수식에서는 숫자와 숫자 사이, 항과 항 사이, 숫자와 로마자 사이에 칸을 띄지 않고 ⠲을 적는다.

[붙임] 여기에 해당하는 로마자는 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j 이다.

$3ab$ ⠼⠉⠁⠃

해설

○ 로마자에서 대문자가 연속될 때에는 대문자 표 ⠠을 두 개 적는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$\overline{\mathrm{AB}}$	⠠⠉⠁⠠⠃	⠠⠠⠉⠁⠠⠠⠃

○ 다항식, 행렬식의 곱 등에서 로마자 대문자의 표기는 그 곱의 연결 상태를 구분하기 위해 대문자 표 ⠠을 각각 적는다.

행렬식 A, B의 곱 AB에 대하여

⠠⠠⠁⠠⠃ ⠠⠠⠁ ⠠⠠⠃ 에 대하여

○ 수식 전개 과정에서 수식 내부, 수식과 수식 사이의 쉼표는 수식의 쉼표 ⠐을 적는다.

$x^2-3x+2=0$의 해는 $x=1,\ x=2$

⠭⠘⠼⠒⠭⠐⠼⠖⠨⠅⠼⠴⠼⠁⠐⠭⠨⠅⠼⠃

$(x,\ 1),\ (-2,\ y)$ ⠐⠭⠐⠼⠁ ⠐⠤⠼⠆⠐⠽

○ 한글 문장 중에 로마자로만 구성된 항(단항)의 표기는 점자의 칸수와 관계없이 로마자 표 ⠰을 적고 로마자 종료표 ⠲은 적지 않으며, 여러 개가 나열될 때에는 한글 쉼표 ⠐을 적는다. 로마자 위에 프라임이 붙은 경우도 로마자로 간주한다.

전체 집합 U의 두 부분 집합 A, B에 대하여

⠰⠠⠥ ⠰⠠⠁ ⠠⠃ 에 대하여

$a^3+b^3+c^3-3abc$에서 abc항을 분리하면

⠭⠘⠼⠒⠃⠘⠼⠒⠉⠘⠼⠒⠤⠼⠉⠁⠃⠉ ⠰⠭ ⠠⠠⠁⠠⠃ 에서

서로 닮음 관계인 삼각형 ABC, $A'B'C'$에서

⠰⠠⠁⠠⠃⠠⠉ ⠰⠠⠁⠄⠠⠃⠄⠠⠉⠄ ⠰⠠⠁⠠⠃ ⠠⠠⠁⠄⠠⠃⠄ ⠰⠭

○ 한글 문장 중에 수식이 아니면서 로마자를 포함한 4칸 이하의 수학적 표기가 있을 때에는 로마자 표 ⠸⠸을 적고 로마자 종료표 ⠸⠄은 적지 않는다. 이는 한글과는 다른 수학적 표기의 이해를 고려한 사항이다. 이때 주의할 점은 한글 문장 사이에 있는 것이 수식이 아니므로 로마자 또는 4칸 이하의 수학적 표기가 두 개 이상 나열될 때 사용하는 쉼표는 한글 쉼표 ⠐을 적는다.

여기서 언급한 수학적 표기는 로마자와 가로바, 지수, 첨자, 묶음 괄호 등이 결합한 단항(식)을 의미한다.

두 수열 a_n, b_n에 대하여

수열의 합을 S_n이라 하면

등차수열 $\{a_n\}$의 세 항 a_1, a_2, a_3를 한 군으로 하여

○ 한글 문장 중에 수학 점자에서 주로 사용하는 각종 함수, 로그, 근호, 명제의 부정, 각종 괄호(묶음 괄호 포함) 등과 로마자를 함께 적을 때에는 점자의 칸수와 관계없이 로마자 표 ⠸⠸을 적지 않는다. 또한 여기서 제시하는 표기들이 한글 문장 중에 나열될 때에는 수식의 쉼표 ⠐을 적는다.

삼각 함수 $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$는

상용로그 $\log x$는

이 식에서 $|x|$를 제곱하면

함수 $f(x)$, $g(x)$의 함숫값 $f(1)$, $g(1)$은

○ 한글 문장 중에 수식 또는 로마자를 포함한 5칸 이상의 수학적 표기가 있을 때에는 로마자 표 ⠸⠸을 적지 않고 그 앞뒤에 한 칸 또는 두 칸을 띈다. 또한 4칸 이하, 5칸 이상의 수학적 표기가 혼재하여 나열될 때에는 5칸 이상의 수학적 표기를 적는 방식에 따라 로마자 표를 적지 않는다. 이때 주의할 점은 두 개 이상 나열될 때 사용하는 쉼표는 수식의 쉼표 ⠐을 적는다.

이차 방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$에 대하여

a_n, a_{n+1}을 비교하면

계차수열 관계에 있는 두 수열 A_n, a_n의 첫째 항을 각각 A_1, a_1이라 할 때

○ 한글 문장이 진행되다가 새 단락에서 수식이 시작될 때에도 로마자 표 ⠸을 붙이지 않는다.

다음 식이 성립한다.

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

제13항

제13항 그리스 문자는 다음과 같이 적는다. 다만, 대문자는 ⠠을, 소문자는 ⠰을 해당 문자 앞에 적어 나타낸다.

알파(Alpha)	A	⠁	베타(Beta)	B	⠃
	α	⠈⠁		β	⠈⠃
감마(Gamma)	Γ	⠠⠛	델타(Delta)	Δ	⠠⠙
	γ	⠈⠛		δ	⠈⠙
엡실론(Epsilon)	E	⠑	제타(Zeta)	Z	⠵
	ϵ	⠐⠑		ζ	⠈⠵
에타(Eta)	H	⠓	세타(Theta)	Θ	⠠⠹
	η	⠈⠓		θ	⠈⠹
요타(Iota)	I	⠊	카파(Kappa)	K	⠅
	ι	⠈⠊		κ	⠈⠅
람다(Lambda)	Λ	⠠⠇	뮤(Mu)	M	⠍
	λ	⠈⠇		μ	⠈⠍
뉴(Nu)	N	⠝	크시(Xi)	Ξ	⠠⠭
	ν	⠈⠝		ξ	⠈⠭
오미크론 (Omicron)	O	⠕	파이(Pi)	Π	⠠⠏
	o	⠐⠕		π	⠈⠏
로(Rho)	P	⠏	시그마(Sigma)	Σ	⠠⠎
	ρ	⠈⠏		σ	⠈⠎
타우(Tau)	T	⠞	입실론(Upsilon)	Y	⠽
	τ	⠈⠞		υ	⠈⠽
피(Phi)	Φ	⠠⠋	키(Chi)	X	⠭
	ϕ	⠐⠋		χ	⠈⠭
프시(Psi)	Ψ	⠠⠯	오메가(Omega)	Ω	⠠⠺
	ψ	⠈⠯		ω	⠈⠺

해설

○ 수학에서 그리스 문자가 적용되는 예는 다음과 같다.

그리스 문자	사용 예
α(알파) ⠈⠁	광선을 표시하거나 근과 계수의 관계를 나타낼 때 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ← 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 의 두 근을 α, β라 할 때 ⠠⠁⠬⠠⠃⠨⠅⠤⠃⠌⠁ ⠣⠠⠁⠬⠠⠃⠜ ⠠⠁⠠⠃⠨⠅⠉⠌⠁⠬⠃⠌⠁⠬⠉⠌⠁ ⠣⠁⠨⠱⠀⠚⠜ ⠠⠁⠂⠠⠃⠗⠁ ⠓⠁ ⠓⠕ ⠠⠁⠠⠃⠨⠅ ⠠⠁⠬⠠⠃ ⠠⠁⠠⠃ ⠠⠁⠠⠃

β(베타) ⠃⠻⠁	근과 계수의 관계를 나타낼 때 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ ← 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$의 두 근을 α, β 라 할 때 ⠠⠠⠠

λ(람다)	대수학, 미적분 등의 분야에서 계수 등을 나타낼 때 $M\frac{d^2x}{dt^2}+CM\frac{dx}{dt}+Kx=2\psi\cos\lambda t$
ξ(크시)	추상 대수학에서 함수를 나타낼 때 $\xi=1+\sqrt{2m}\in Z[\sqrt{m}]$에 대하여 $Q[\sqrt{m}]$에서의 ξ의 곱셈에 관한 역원은 $\xi^{-1}\frac{1}{1-4m}+\frac{-2\sqrt{m}}{1-4m}$이지만 $\xi^{-1}\not\in Z[\sqrt{m}]$이다.
Π(파이)	중복 순열을 나타낼 때 ${}_7\Pi_3$
π(파이)	원주율, 180°의 편각 또는 라디안을 정의할 때 $\pi \fallingdotseq 3.14$ (원주율) $\sin\frac{\pi}{3}=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$
Σ(시그마)	수열, 무한급수 등에서 유한 또는 무한의 총합을 나타낼 때

	$\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)^2 = 2\pi\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\times\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)^2$
τ(타우)	등장 사상, 원주율 파이에 2를 곱한 상수로 정의할 때 임의의 $\tau \subset D$에 대하여 $\tau \leqq \tau_1$, $\tau_1 \leqq \tau_2$, $\tau_2 \leqq \tau_3$이면 $\tau \leqq \tau_3$ 이다.
ψ(프시)	대수학에서 오일러 함수 등을 나타낼 때 양의 정수 m에 대하여 정수 0, 1, 2, …, $m-1$ 중에서 m과 서로소인 정수 전체의 집합을 Z_m^*로 나타내고 이와 같은 정수 전체의 개수를 $\psi(m)$로 나타낸다. ※ 수학점자에서 별표($*$)는 ⠡으로 적는다.

제14항

제14항 로마 숫자는 한글 점자 규정에 준하여 적되, 수식으로 적용될 때에는 로마자 표 ⠴을 적지 않는다.

i ii iii

I	II	III	IV	V
VI	VII	VIII	IX	X
XV	XX			

XV＋XX＝XXXV

해설

○ 로마 숫자는 Ⅰ(1), Ⅴ(5), Ⅹ(10), Ⅼ(50), Ⅽ(100), Ⅾ(500), Ⅿ(1000) 또는 ⅰ, ⅴ, ⅹ, ⅼ, ⅽ, ⅾ, ⅿ으로 기본수를 나타내며, 이것을 배열하여 다양한 수를 나타낸다.

○ 로마 숫자에 해당되는 문자가 두 개 이상 결합될 때에는 대문자 표 ⠠을 두 개 적는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
III		

○ 아라비아 숫자와 로마 숫자의 대응 관계는 다음과 같다.

아라비아 숫자	로마 숫자
1	Ⅰ
2	Ⅱ
3	Ⅲ
4	Ⅳ
5	Ⅴ
6	Ⅵ
7	Ⅶ
8	Ⅷ
9	Ⅸ
10	Ⅹ
11	Ⅺ
12	Ⅻ

20	X X
30	X X X
40	X L
50	L
60	L X
70	L X X
80	L X X X
90	X C
100	C
500	D
1000	M

제15항

제15항 연산 기호는 다음과 같이 적는다.

1. 점으로 표현된 곱셈표는 ⠐으로 적는다.

$f \cdot g\,(f \times g)$ ⠋⠐⠛⠀⠷⠋⠦⠻⠛⠾

$6 \cdot 9$ ⠼⠖⠐⠼⠔

2. 그 밖의 일반 연산 기호는 다음과 같이 적되, 기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

가. '동그라미 덧셈표(⊕)'는 ⠢으로 적는다.

$x \oplus y = 2x + 3y$ ⠭⠀⠢⠀⠽⠀⠶⠼⠃⠭⠬⠼⠉⠽

나. '동그라미 뺄셈표(⊖)'는 ⠔으로 적는다.

$a \ominus b = 3(a+b)$ ⠁⠀⠔⠀⠃⠀⠶⠼⠉⠷⠁⠬⠃⠾

다. '동그라미 곱셈표(⊗)'는 ⠡으로 적는다.

$x \otimes y = x^3 + y$ ⠭⠀⠡⠀⠽⠀⠶⠭⠘⠼⠉⠬⠽

라. '별표(∗)'는 ⠸⠔으로 적는다.

$-3 * y = e$ ⠤⠼⠉⠸⠔⠽⠀⠐⠕⠑

마. '동그라미(∘)'는 ⠸⠴으로 적는다.

$a \circ e = ae + a$ ⠁⠸⠴⠑⠀⠐⠕⠁⠬⠑⠬⠁

바. '네모표(□)'는 ⠸⠶으로 적는다.

$x \square y = x^2y + 7xy - 3yx$ ⠭⠀⠸⠶⠀⠽⠀⠐⠕⠭⠘⠆⠽⠬⠼⠛⠭⠽⠤⠼⠉⠽⠭

사. '겹동그라미(◎)'는 ⠸⠬⠸⠬으로 적는다.

$x \circledcirc y = 6xy - 5y + 2y^2$ ⠭⠀⠸⠬⠸⠬⠀⠽⠐⠕⠼⠋⠭⠽⠤⠼⠑⠽⠬⠼⠃⠽⠘⠆

해설

○ 일반 연산(general operation)은 연산에 대하여 그 정의에 따라 식을 전개한다. 즉, 좌변의 연산에 대한 수식의 순서 및 구조에 따라 우변의 식을 정의한 것이다.

연산 △에 대하여
$a \triangle b = 2(a+b)$
⠁⠸⠬⠃⠐⠕⠼⠃⠦⠁⠬⠃⠴
⠀⠸⠬⠀⠐⠕⠀⠼⠃⠦⠁⠬⠃⠴

위의 식에서 좌변의 연산 △에 대하여 $a \triangle b$를 우변에서 a와 b의 합 전체에 2배 하는 것으로 정의한다.

○ 일반 연산 기호는 기호의 형태(모양)와 관계없이 수식의 순서, 구조를 정의에 의해 결정하므로 사용자에 따라 기호의 형태(모양)을 다양하게 표현할 수 있다. 따라서 점역을 하거나 교정할 때 이 점에 주목해야 한다.

○ 일반 연산 기호의 다양한 형태(모양)는 다음과 같다.

기호	수학 점자
⊕	⠐⠢
⊖	⠐⠔
⊗	⠐⠡
∗	⠐⠔
∘	⠐⠐
□	⠸⠸
◎	⠸⠸⠸⠸
△	⠸⠸⠸⠸

제16항

제16항 진법의 수는 아래 첨자로 소괄호 ⠸⠦ ⠴⠸ 안에 숫자를 적는다.

이진법의 수 $1101_{(2)}$ ⠸⠦⠼⠁⠼⠁⠼⠚⠼⠁⠴⠸ ⠸⠦⠼⠃⠴⠸

오진법의 수 $324_{(5)}$ ⠸⠦⠼⠉⠼⠃⠼⠙⠴⠸ ⠸⠦⠼⠑⠴⠸

해설

○ 진법은 수를 표기하는 기수법의 하나이다. 현대 기수법에는 이진법, 오진법, 팔진법, 십진법, 십육진법 등이 있다.

진법	사용하는 수
이진법	0, 1
오진법	0, 1, 2, 3, 4
팔진법	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
16진법	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

○ 진법의 수는 개정 전에 한글 소괄호 안에 수표 없이 내림 숫자로 적었지만 이번 개정에서는 수식의 소괄호 안에 수를 적고 이를 오른쪽 아래 첨자로 처리하였다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$1010_{(2)}$	⠼⠁⠚⠼⠁⠚	⠼⠁⠚⠼⠁⠚⠸⠦⠼⠃⠴⠸

○ 십육진수의 표기에서 로마자 소문자를 사용해야 할 때 수와 구별하기 위해 반드시 로마자 표 ⠰⠰을 붙여 표기한다.

$3A1_{(16)}$
$3a1_{(16)}$

제17항

제17항 프라임(′)은 ⠄⠄으로 적는다.

x' y' $a'b$

해설

○ 주로 도함수나 도형의 비교 등에 사용한다.

$f'(x)=2x$

$\overline{AB}=\overline{A'B'}$

제18항

제18항 밑줄(_)은 ⠨⠨으로 적는다.

$\underline{x}$

해설

○ ⠈⠈과 ⠨⠨의 점형은 위에 적으면 가로바 ⠈⠈으로, 아래에 적으면 밑줄 ⠨⠨으로 쓰인다.

$\overline{a+bi}$
$\underline{a+bi}$

제19항

제19항 위 첨자와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.

1. 지수는 위 첨자 기호 ⠰을 적고, 본 내용을 적는다.

a^k

8^2 ⠈⠼⠦⠆⠴⠆⠴ c^2 ⠈⠉⠆⠴⠆⠴

$(-3)^3$ ⠈⠣⠤⠒⠜⠆⠴⠒⠴⠆⠴ y^3 ⠈⠽⠆⠴⠒⠴⠆⠴

2^4 ⠈⠼⠦⠆⠴⠲⠴⠆⠴ x^7 ⠈⠭⠆⠴⠶⠴⠆⠴

x^{-1} ⠈⠭⠆⠴⠤⠒⠴⠆⠴

[붙임] 지수가 분수, 곱, 다항식 등일 때에는 묶음 괄호로 묶어 적는다.

x^{7+9} ⠈⠭⠆⠴⠶⠬⠼⠦⠲⠼⠔⠴⠆⠴ a^{3m+2n} ⠈⠁⠆⠴⠼⠉⠍⠲⠼⠃⠝⠴⠆⠴

$x^{0.3}$ ⠈⠭⠆⠴⠼⠚⠲⠼⠉⠴⠆⠴ $2^{2(m+n)}$ ⠈⠼⠦⠆⠴⠼⠃⠬⠍⠲⠝⠴⠆⠴⠆⠴

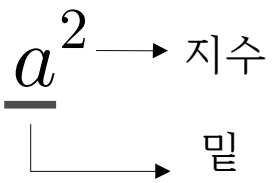
$\frac{1}{3^x}$ ⠈⠼⠦⠌⠼⠁⠲⠼⠉⠆⠴⠭⠴⠆⠴ $3^{\frac{1}{4}}$ ⠈⠼⠦⠆⠴⠼⠉⠆⠴⠼⠁⠲⠼⠙⠴⠆⠴⠆⠴

2. 왼쪽 위 첨자는 위 첨자 기호 ⠈과 첨자 내용을 먼저 적고, 본 문자를 적는다. 첨자 내용은 모두 묶음 괄호로 묶어 적는다.

$^{◎}a$ ⠈⠼⠦⠆⠴⠈⠫⠫⠴⠆⠴⠁ ^{2}a ⠈⠼⠦⠆⠴⠈⠼⠃⠴⠆⠴⠁

해설

○ 지수(exponent)는 어떤 수나 문자의 오른쪽 위에 붙여 그 수나 문자의 거듭제곱을 나타내는 수나 문자이다.



○ 개정 전에는 제곱(^{2}), 세제곱(^{3}), -1제곱($^{-1}$)을 각각 ⠆⠃, ⠆⠉, ⠆⠤⠂으로 적었는데 개정 후에는 위 첨자 기호 ⠈을 붙이고 지수(수, 문자, 식 등)를 적도록 하였다. 이것은 이전의 약자 체계를 지양하고 통일성을 추구한 것이다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
a^2	⠐⠔⠆	⠐⠔⠘⠆
a^3	⠐⠔⠒	⠐⠔⠘⠒
a^{-1}	⠐⠔⠤⠂	⠐⠔⠘⠤⠂

○ 지수가 분수, 곱, 다항식일 때에는 밑과 지수를 명확히 구분하기 위해 묶음 괄호로 지수 부분을 묶어야 한다.

3^{a+b} ⠼⠒⠘⠔⠐⠖⠃⠆

○ 묵자에서는 밑 전체에 지수가 적용될 때 괄호로 묶어 표현하며 수학 점자에서도 묵자에 따라 표기한다.

$\frac{1}{2^3}$ ⠼⠁⠌⠼⠃⠘⠒

$\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ⠘⠣⠼⠁⠌⠼⠃⠘⠜⠘⠒

○ 왼쪽 위 첨자는 이번에 새로 제정한 규정으로 위 첨자 기호 ⠘을 먼저 적고 밑과 명확히 구분하기 위해 첨자 내용을 묶음 괄호로 반드시 묶어야 한다.

$^{\triangle}a$ ⠘⠣⠫⠜⠁

제20항

제20항 아래 첨자와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.

1. 아래 첨자는 아래 첨자 기호 ⠰을 적고, 본 내용을 적는다.

n_3 ⠝⠰⠼⠉ x_2 ⠭⠰⠼⠃

a_n ⠁⠰⠝

[붙임] 아래 첨자가 분수, 곱, 다항식 등일 때에는 묶음 괄호로 묶어 적는다.

$x_{\frac{1}{6}}$ ⠭⠰⠡⠼⠁⠌⠼⠖⠱ $x_{0.5}$ ⠭⠰⠡⠼⠚⠲⠑

a_{n+3} ⠁⠰⠝⠬⠼⠉ a_{m+n} ⠁⠰⠍⠢⠝

S_{2a} ⠠⠎⠰⠼⠃⠁

2. 왼쪽 아래 첨자는 아래 첨자 기호 ⠰과 첨자 내용을 먼저 적고, 본 문자를 적는다. 첨자 내용은 모두 묶음 괄호로 묶어 적는다.

$_{n}a$ ⠰⠝⠁ $_{2}a$ ⠰⠼⠃⠁

해설

○ 개정 전에는 '서픽스'라고 명명하였으나 정확한 개념과 현재 용례를 고려할 때 아래 첨자(subscript)가 올바른 표현이라 판단하여 기호명을 변경하였다.

○ 개정 전에는 아래 첨자가 수일 때 본수 다음에 ⠲을 적고 그 뒤에 수표 없이 숫자를 적되 앞뒤 관계에서 혼동의 우려가 없을 경우에는 ⠲을 생략할 수 있었다. 또한 문자는 ⠰을 적고 첨자 내용을 적었다. 하지만 이번 개정에서는 수나 문자에 관계없이 아래 첨자는 모두 ⠰으로 적고 첨자 내용을 적는 것으로 통일하였다. 그리고 묶음 괄호를 새로 제정하여 수와 문자의 첨자 체계가 달라 기호를 익히거나 활용하는 데 불편한 점을 해결하였다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
n_3	⠝⠲⠼⠉ 또는 ⠝⠼⠉	⠝⠰⠼⠉
a_{n-1}	⠁⠰⠝⠤⠼⠁	⠁⠰⠝⠤⠼⠁

○ 아래 첨자가 분수, 곱, 다항식일 때 아래 첨자 내용을 묶음 괄호를 사용하여 묶어 줌으로써 그 내용을 명확히 구분할 수 있도록 하였다.

○ 왼쪽 아래 첨자는 이번에 새로 제정한 규정으로 아래 첨자 기호 ⠰을 먼저 적고 밑과 명확히 구분하기 위해 첨자 내용을 묶음 괄호로 반드시 묶어야 한다.

제21항

제21항 ‘근삿값(≒)’은 ⠈⠒⠒으로 적는다.

$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.732$ ⠼⠩⠻⠁⠈⠒⠒⠂⠁⠼⠛⠉⠃

해설

○ 근삿값(approximate value)은 어떤 수 A(참값) 대신에 사용하는 A에 가까운 수 a를 말한다. 즉 참값은 아니지만 참값을 대신할 수 있는 아주 가까운 값을 의미하며 오차가 있다.

○ 개정 전에는 ⠈⠒으로 사용했으나 등호 점형을 생략하지 않고 동일하게 적는 원칙에 따라 ⠒을 한 개 더 적는 것으로 개정하였다.

개정 전과 개정 후

기호	개정 전	개정 후
≒	⠈⠒	⠈⠒⠒

제22항

제22항 ‘절댓값(| |)’은 ⠸ ⠸으로 적는다.

$|x|$ ⠸⠭⠸ $|2x+7|-8$ ⠸⠼⠃⠭⠬⠼⠛⠸⠤⠼⠓

해설

○ 절댓값(absolute value)은 주어진 수가 원점으로부터 얼마나 떨어져 있는지를 나타낸다. 실수 x의 절댓값은 수직선의 원점 0으로부터 x까지의 거리이므로 음의 값이 될 수 없고 양의 실수이거나 0이 된다.

○ 절댓값 괄호는 세로바를 열고 닫는 방식으로 사용한다. 수학 점자 역시 이 방식에 따라 세로바 ⠸을 괄호로 사용한다.

제23항

제23항 ‘차(∼)’는 ⠈⠔으로 적는다.

$p \sim q$ ⠏⠈⠔⠟

해설

○ 물결표(~)를 차의 기호로 사용하였다.

5~3=5-3 ⠼⠑⠔⠼⠉⠒⠼⠑⠤⠼⠉

제24항

제24항 근호($\sqrt{\ }$)는 ⠜으로 적는다.

$\sqrt{2}$ ⠜⠼⠃

[붙임 1] 세제곱근 이상일 때에는 ⠻ 앞에 근수를 적는다.

$\sqrt[3]{x^3}$ ⠼⠉⠻⠭⠘⠼⠉ $\sqrt[5]{32}$ ⠼⠑⠻⠼⠉⠃

$\sqrt[m]{n}$ ⠍⠻⠝

[붙임 2] 근호 안이 분수, 곱, 다항식 등일 때에는 묶음 괄호로 묶어 나타낸다.

$\sqrt{xy}$ ⠜⠷⠭⠽⠾ $\sqrt[mn]{y}$ ⠷⠍⠝⠻⠽

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ ⠍⠻⠷⠝⠻⠁⠾

해설

○ 근호(radical sign)는 거듭제곱근을 나타내는 기호로 $\sqrt{\ }$, $\sqrt[3]{\ }$ 등과 같은 기호를 뜻한다.

○ 제곱근(square root, $\sqrt{\ }$)은 근수인 2를 적지 않고 다른 제곱근과 달리 독립적으로 기호를 표현한다.

$\sqrt{x}$ ⠜⠭

$3\sqrt{y}$ ⠼⠉⠜⠽

$(x+y)\sqrt{z}$ ⠷⠭⠬⠽⠾⠜⠵

○ 근수가 세제곱 이상일 때에는 제곱근표 ⠻ 앞에 근수를 적는다.

기호	수학 점자
세제곱근 $\sqrt[3]{\ }$	⠜⠼⠉⠻
네제곱근 $\sqrt[4]{\ }$	⠜⠼⠙⠻
n제곱근 $\sqrt[n]{\ }$	⠜⠼⠝⠻

○ 근호 안의 내용이 분수, 곱, 다항식 등일 때에는 묶음 괄호를 사용하여 그 묶음을 명확하게 구분한다.

$\sqrt[a+b]{m}$ ⠜⠣⠁⠖⠃⠜⠼⠍

$\sqrt[3]{x+y}$ ⠜⠼⠉⠻⠣⠭⠖⠽⠜

제25항

제25항 켤레 복소수($\overline{\ }$)는 ⠈⠒으로 적는다.

$\overline{a+bi}$ ⠈⠒⠣⠁⠖⠃⠊⠜

해설

○ 복소수 $z=a+bi$(a, b는 실수)에 대하여 허수 부분의 부호를 바꾼 복소수 $a-bi$를 z의 켤레 복소수(conjugate complex number, complex conjugates)라 하고 이를 기호 $\overline{z}$로 나타내며 '제트 바'로 읽는다.

○ 수학 점자에서 정방향 위에 위치한 기호는 문자 또는 식 앞에 적거나 문자 또는 식 뒤에 적는 두 가지 방식이 있는데 켤레 복소수는 후자에 해당한다.

○ 다항식에 켤레 복소수를 적용할 때에는 해당 식을 묶음 괄호로 묶은 다음 가로바 ⠈⠒을 적는다.

$\overline{2+3i}$ ⠣⠼⠃⠖⠼⠉⠊⠜⠈⠒

$\overline{bi}$ ⠈⠒⠃⠊

제26항

제26항 수열($\{a_n\}$)은 ⠈⠒⠣⠁⠰⠝⠜⠈⠒으로 적는다.

$\{a_n\}=2n-1$ ⠈⠒⠣⠁⠰⠝⠜⠈⠒⠶⠼⠃⠝⠤⠼⠁

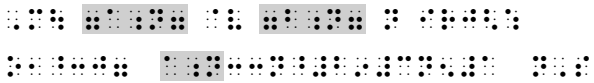
해설

○ 수열(sequence 또는 progression)은 어떤 규칙에 따라 차례로 나열된 수의 열이다.

○ 묵자에서는 두 가지 방식으로 수열을 나타낸다. 수열을 대표항으로 표현할 때는 중괄호({ }) 안에 적고 그 외의 식의 전개 과정 등에서는 중괄호를 사용하지 않는다. 수학 점자에서는 묵자 표기와 같은 방식을 적용한다.

수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$에 대하여

일반항 $a_n = n^2 - 3n + 1$에서



제27항

제27항 총합(Σ)은 ⠠⠎⠠으로 적되, 범위의 시작은 ⠒으로 하고 끝은 한 칸을 띄어 적는다. 본식은 범위 다음에 칸을 띄어 적는다.

$\sum_{k=0}^{\infty} k$ ⠠⠎⠒⠚⠒⠠⠔⠠⠅ ⠶ ⠚

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ⠠⠎⠒⠁⠒⠠⠝⠠⠔ ⠶ ⠁⠢⠚

$\sum \frac{1}{n}$ ⠠⠎⠠⠔⠠⠅⠌⠝

해설

○ 총합(summation)은 주어진 조건의 시작 항에서 끝항까지의 합이다.

○ 총합의 식은 그리스 문자의 대문자 S에 해당하는 시그마($\sum$)를 사용한다.

○ 시작 항(아래에 위치)은 ⠒을 적은 다음 이어 적고, 끝항(위에 위치)은 시작 항 다음에 한 칸을 띄어 적는다. 본식(일반항)은 범위 다음에 한 칸을 띄어 적는다.

$\sum_{k=1}^{n} a_k$ → 끝항 / → 일반항 / → 시작 항

○ 변수인 로마자 다음의 등호(=)는 개정 전에는 ⠶을 한 개 적었지만 개정 후에는 등호를 약자로 처리하지 않고 모두 적는 원칙에 따라 ⠶⠶으로 적는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$\sum_{k=1}^{m} a_k$	⠠⠎⠠⠎⠰⠆⠠⠅⠱⠠⠍⠆ ⠠⠁⠰⠅ ⠐⠶ ⠠⠎⠠⠎⠰⠆⠠⠅⠱⠠⠍⠆ ⠠⠁⠰⠅

○ 범위 없이 총합 기호와 본식만으로 구성된 식은 총합 기호 시그마를 적고 이어서 묶음 괄호를 사용하여 본식을 묶어 표기한다.

$\sum 3n^2$ ⠠⠎⠰⠆⠒⠠⠝⠘⠆

제28항

제28항 행렬은 ⠸⠡ ⠸⠜으로, 행렬식은 ⠳⠡ ⠳⠜으로 묶되, 개행 기호는 ⠸⠒으로 적고 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$

⠠⠁⠐⠶⠸⠡⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠸⠜
⠸⠡⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠸⠜

행렬식 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

⠳⠡⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠒⠁⠰⠂⠁⠂⠳⠜ ⠐⠶ ⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂ ⠤ ⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂ ⠲
⠁⠰⠂⠁⠂ ⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂⠁⠰⠂⠁⠂

해설

○ 행렬(matrix)은 수나 식을 직사각형 모양으로 배열한 것이다. 가로를 행(row), 세로를 열(column)이라 한다.

○ 묵자에서는 절댓값 괄호나 소괄호를 확대하여 식 전체를 감싸는 방식으로 행렬을 표현한다. 수학 점자에서도 묵자와 같은 방식으로 절댓값 괄호 ⠳⠡ ⠳⠜과 소괄호 ⠸⠡ ⠸⠜을 행렬의 처음과 끝에 표기한다.

○ 열과 열 사이는 한 칸 띄고 행을 바꿀 때에는 개행 기호 ⠸⠒을 사용한다. 개행 기호 역시 앞뒤에 한 칸을 띈다.

○ 행과 열을 아래 첨자로 표기할 때에는 아래 첨자의 표기 방식에 따라 적는다. 행과 열 앞에 각각 수표를 붙여 적는다.

○ 행렬의 항이 여러 개의 곱으로 이루어져 있을 때에는 항을 구분함과 동시에 곱을 표현하는 ⁞을 항과 항 사이에 적거나 아래 첨자 부분을 묶음 괄호로 묶어 그 구분을 명확히 한다.

행렬 $X=\begin{pmatrix} a_{i1}b_{i1} & a_{i2}b_{i2} \end{pmatrix}$

제2장 연습 문제

1. 삼차 방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0\ (a\neq 0)$의 두 허근을 $\omega,\ \omega'$이라 할 때

2. Ⅰ+Ⅱ=Ⅲ

3. A가 n차 정사각 행렬일 때 영 벡터가 아닌 X와 적당한 스칼라 λ에 대해 관계식 $AX=\lambda X$

4. 직교 좌표계에서 좌표가 $(x,\ y)$
   극 좌표계에서 좌표가 $(\rho,\ \theta)$

5. $\pi \fallingdotseq 3.14$일 때
원의 둘레: $2\pi r$

6. $a◎b=\dfrac{a+b}{2}-1$

7. $3A_{(16)}=111010_{(2)}=58$

8. $f'(x)$
   $1'A$
   $A'B'C'$
   $A_1B_1C_1D_1,\ A_2B_2C_2D_2,\ A_nB_nC_nD_n$

9. $a^2\ \ a^3\ \ a^{-1}$

10. $a_2,\ a_3,\ a_4,\ \cdots,\ a_{n+1}$
    $a_{n+1}=a_n+d$

11. $|x+1|+|x-1|=2x-3$

12. $\sqrt{\left(\frac{2n}{1+n}-2\right)^2+\left(-\frac{1}{1+n}\right)^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{2n-2-2n}{1+n}\right)^2+\left(\frac{1}{1+n}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{5}{(1+n)^2}}=\frac{\sqrt{5}}{1+n}$

13. $z=a+bi$, $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$z\bar{z}=(a+bi)(a-bi)$

14. 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면

$(a_1+a_2):(a_3+a_4)=1:\sqrt{2}$

$(a_1+a_1r):(a_1r^2+a_1r^3)=1:r^2=1:\sqrt{2}$ 이므로 $r^2=\sqrt{2}$

15. $\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

16. 부분 분수 $\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$ (단, $A\neq B$, $A\neq 0$, $B\neq 0$)

17. $A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$

18. 행렬 AO를 또 다른 행렬 X와 더하자.

19. $p\geq 2$이면 $(\sqrt[np]{a^{mp}})^n=(\sqrt[n]{\sqrt[p]{a^{mp}}})^n=\sqrt[p]{a^{mp}}=(\sqrt[p]{a^m})^p=a^m$

20. $\sqrt[6]{64}=64^{\frac{1}{6}}=2$이고 $-\sqrt[6]{64}=-64^{\frac{1}{6}}=-2$

제2장 연습 문제 정답

제3장 정수론·대수

제29항

제29항 ‘나누어 떨어진다(|)’는 ⠸⠳으로 적는다.

$4 \mid 8$ ⠼⠲⠸⠳⠼⠦ $-5 \mid n$ ⠤⠢⠸⠳⠝

해설

○ 세로바(|)를 중심으로 좌측은 제수, 우측은 피제수를 표기한다.
○ 3 | 6은 ‘6은 3으로 나누어 떨어진다’는 의미이다.

$(m+1) \mid 6$ ⠐⠣⠍⠬⠼⠁⠐⠜⠸⠳⠼⠖
$n \mid (3+n)$ ⠝⠸⠳⠐⠣⠼⠒⠬⠝⠐⠜

제30항

제30항 ‘나누어 떨어지지 않는다(⁄)’는 ⠸⠌으로 적는다.

$2 \not\mid 3$ ⠼⠃⠸⠌⠼⠉ $p \not\mid n$ ⠏⠸⠌⠝

해설

○ ‘나누어 떨어지지 않는다(⁄)’는 제29항의 ‘나누어 떨어진다’를 부정하는 기호로 묵자에서는 기호에 빗금을 겹쳐 적는 방식을 취한다.
○ 묵자에서 빗금을 겹쳐 적어 부정을 표현하는 방식에 대해 수학 점자에서는 ⠸을 기호 앞에 적어 부정을 나타낸다. 이에 따라 본 기호 역시 ‘나누어 떨어진다’의 기호 앞에 ⠸을 적는다.

$5 \not\mid 9$ ⠼⠑⠸⠌⠼⠊
$(n+1) \not\mid 7$ ⠐⠣⠝⠬⠼⠁⠐⠜⠸⠌⠼⠛

○ 점역하거나 교정할 때 제수와 피제수의 위치를 파악하고 그 관계를 명확하게 관찰하는 것이 중요하다.

제31항

제31항 ‘놈(Norm)(‖ ‖)’은 ⠿⠿ ⠿⠿으로 적는다.

⠀⠀⠀‖ x ‖ ⠀⠿⠿⠶⠿⠿

해설

○ 놈(Norm)은 수의 크기를 의미하는 절댓값을 벡터 공간으로 추상화한 개념이다. 정수론, 대수 등에서 주로 사용되며 그 관계를 정의하는 기호이다.

○ 놈(Norm) 기호는 세로바 두 개를 괄호 표기 방식으로 열고 닫는다. 또는 절댓값 괄호를 겹쳐 놓은 것과 같다.

벡터 공간의 각 요소 x에 하나의 실수 $\|x\|$ 가 대응하고, 세 조건

$\| x \| \geq 0, \ \| ax \| = |a| \cdot \| x \|, \ \| x+y \| \leq \| x \| + \| y \|$

를 만족할 때의 x이다.

⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿

⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿

제32항

제32항 ‘전형(등형사상)(≈)’은 ⠿⠿⠶⠿⠿으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

⠀⠀⠀$X \approx F/N$ ⠀⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿

제33항

제33항 ‘상사(≊)’는 ⠿⠿⠶⠿⠿으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

⠀⠀⠀$A/G \underline{\approx} B$ ⠀⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿⠶⠿⠿ ⠿⠿

제34항

제34항 ‘연속적 변형(Homotope)(≃)’은 ⠿⠿으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

⠀⠀⠀$f \simeq g$ ⠀⠿ ⠿⠿ ⠿

제35항

제35항 ‘동형군(≅)’은 ⠈⠒⠒⠒으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

$A \cong B$ ⠀⠰⠁⠀ ⠈⠒⠒⠒ ⠀⠰⠃

해설

○ 묵자에서 제32~제35항의 기호는 물결표(~)와 하이픈(-)을 조합하여 표기하는 방식을 취한다. 수학 점자에서도 묵자의 표기와 같은 방식으로 물결표 ⠈⠒과 하이픈 모양 ⠒을 조합하여 기호를 제자하였다.

○ 제32~제35항의 기호는 모두 기호 앞뒤에 한 칸씩 띈다.

제36항

제36항 정규 부분군은 다음과 같이 적는다.

1. ‘오른쪽으로 뾰족한 세모꼴(▷)’은 ⠸⠇⠇으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

N ▷ G ⠀⠰⠝⠀ ⠸⠇⠇ ⠀⠰⠛

2. ‘왼쪽으로 뾰족한 세모꼴(◁)’은 ⠸⠇⠸으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

G ◁ N ⠀⠰⠛⠀ ⠸⠇⠸ ⠀⠰⠝

해설

○ 이 기호는 두 변수 사이에 정규 부분군(normal subgroup)의 관계를 표현한다.

○ 정규 부분군의 기호(▷, ◁)는 수학 점자에서 오른쪽으로 뾰족한 세모꼴(⠸⠇⠇), 왼쪽으로 뾰족한 세모꼴(⠸⠇⠸)의 도형 문자를 묵자의 형태에 따라 그대로 취한 것이다.

○ 이 기호를 적을 때는 기호의 앞뒤에 한 칸을 띈다.

제37항

제37항 관계 기호는 다음과 같이 나타낸다.

1. ‘관계가 있다(R)’는 ⠰⠗으로 적고, ‘관계가 있다(∼)’는 ⠈⠒⠒으로 적는다.

aRb ⠀⠁⠰⠗⠃⠀ $a \sim b$ ⠀⠁⠈⠒⠒⠃

2. ‘관계가 없다(⧸R)’는 ⠸⠡⠸⠗으로 적고, ‘관계가 없다(≠)’는 ⠸⠡⠿⠶으로 적는다.

$a \not R b$ ⠸⠡⠸⠗⠸⠃ $a \neq b$ ⠸⠡⠿⠶⠸⠃

해설

○ 관계 기호는 두 변수나 항 사이에 위치하여 서로 관계가 있음을 표현한다.
일반적으로 $(a, b) \in R$를 aRb로 나타내고 이 기호를 ‘a는 R에 의해서 b와 관계된다.’라고 읽는다. R, ~ 둘 다 사용할 수 있으며 정수론, 대수 등 대학 수학에서 주로 사용된다.
○ 관계 기호 역시 묵자에서는 빗금의 겹쳐 쓰기 방식으로 부정을 표현하며 수학 점자에서는 ⠡을 기호 앞에 적어 부정을 표현한다.

제38항

제38항 생략부는 다음과 같이 적는다.

1. ‘동그라미(°)’는 ⠨⠴으로 적는다.

B° ⠸⠃⠨⠴

2. ‘갓 모양(^)’은 ⠨⠢으로 적는다.

B^ ⠸⠃⠨⠢

해설

○ 생략부 기호는 대학 수학에서 주로 사용된다.
○ 오른쪽 위 첨자 위치에 동그라미(°)와 갓 모양(^)을 적는 묵자 표기에 준하여 수학 점자에서도 그 형태에 맞추어 기호를 제자하였다.

제39항

제39항 ‘기수(샤프) 기호(#)’는 ⠼으로 적는다.

#(A): A의 기수 ⠼⠷⠸⠃⠐⠣⠸⠁⠐⠜ ⠸⠁⠸⠃⠸⠉⠸⠙⠸⠑⠸⠋⠸⠛⠸⠓⠸⠊⠸⠚⠸⠅⠸⠇⠸⠍⠸⠝⠸⠕⠸⠏⠸⠟⠸⠗⠸⠎⠸⠞⠸⠥⠸⠧⠸⠺⠸⠭⠸⠽⠸⠵

해설

○ 기수는 두 집합이 일대일 대응 관계를 가질 때 대응되는 원소의 수를 말한다. 유한·무한 집합에 관계없이 두 집합이 일대일 대응이면 같은 기수를 갖는다. 농도·집합수라고도 한다. 무한 집합의 기수는 집합들 사이의 대소 관계를 나타낸다.

○ 한자의 우물 정 또는 음악의 샤프 모양 기호이다.

○ 함수의 표현 방식으로 괄호를 사용하여 표현한다.

$\#(A) = \#(B)$ ⠿⠀⠶⠀⠿

제3장 연습 문제

1. $(n+1) \mid 4$
   $3 \nmid (n-1)$

2. 내적 공간 V의 임의의 벡터 v, w에 대하여 다음 식이 성립한다.
   $\|v+w\|^2 - \|v-w\|^2 = 2(\|v\|^2 + \|w\|^2)$

3. 집합 A가 집합 B보다 크기가 '작거나 같다'는 것은 A에서 B로 가는 단사 함수가 있다는 뜻이다. 이것은
$\#(A) \leq \#(B)$

4. 군 G가 위수가 4인 군이면 다음이 성립한다.
$G \cong C_4 \cong Z_4$

5. G는 아벨군이고 G의 모든 부분군 H는 정규 부분군이다.
즉 $H \lhd G$

6. 에일렌베르크-매클레인 $K(G, n-1) \simeq \Omega K(G, n)$

7. R가 집합 A의 원소 a와 B의 원소 b 사이의 관계일 때 aRb를 성립시키는 순서쌍 $(a,\ b)$ 전체의 집합 $G = \{(a,b) \mid aRb\}$를 관계 R의 그래프라 한다.

8. $(c,\ d) \not\in R$인 경우 $c \not R d$로 나타낸다.

제3장 연습 문제 정답

제4장 기하

○ 기하에서 선이나 도형을 나타낼 때 쓰는 연속된 로마자는 로마자 대문자를 표기하는 일반 원칙에 따라 연속 대문자 표 ⠨⠠을 로마자 앞에 적는다.
○ 다각형은 도형 기호 ⠫과 그 도형의 형태를 따서 만든 모양의 점형을 조합한다. 삼각형은 개정 이전에는 ⠣으로 표기했지만 도형 기호 ⠫과 조합하는 일관성 있는 규정 적용을 위하여 ⠫⠣으로 변경하게 되었다.

삼각형	⠫⠣
사각형	⠫⠹⠣
오각형	⠫⠳⠣
육각형	⠫⠷⠣
호	⠫⠒
사다리꼴	⠫⠦⠣
평행 사변형	⠫⠶⠣

○ 합동, 수직, 평행, 평행이면서 같다, 닮음 기호는 두 개 이상의 도형의 관계를 표현한다.

제40항

제40항 선분($\overline{\ }$)은 ⠫⠤으로 적는다.

$\overline{AB}$ ⠫⠤⠠⠁⠠⠃

해설

○ 선분(line segment)은 두 점을 곧게 이은 선이다. 선분은 양 끝점이 있으므로 길이를 잴 수 있다.
○ 묵자에서는 두 점을 나타내는 로마자 위에 선을 그어 표현한다. 점자에서는 로마자 앞에 도형 기호 ⠫과 선에 해당하는 ⠤을 적고 로마자를 적는다.
○ 일반적으로 선분 기호를 적지 않고 두 점을 이어 적어도 선분으로 간주하므로 점자에서도 이 표현 방식에 따라 적는다.

$\overline{BC}$ ⠫⠤⠠⠃⠠⠉
BC ⠠⠃⠠⠉

제41항

제41항 직선(↔)은 ⠠⠶⠠으로 적는다.

$\overleftrightarrow{AB}$ ⠠⠁⠶⠠⠃

해설

○ 직선(straight line)은 양쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선이다. 직선은 양 끝점을 알 수 없으므로 길이를 잴 수 없다. 양쪽 방향으로 무한히 선이 연속된다는 개념이다.

○ 묵자에서는 두 점을 나타내는 로마자 위에 양쪽 화살표가 위치한다. 점자에서는 로마자 앞에 양쪽 화살표 ⠠⠶⠠을 적는다.

제42항

제42항 반직선(→)은 ⠶⠠으로 적는다.

$\overrightarrow{AB}$ ⠁⠶⠠⠃

[붙임] 이 기호는 '벡터' 기호로도 사용한다.

$\overrightarrow{A}=(A_1,A_2,A_3)$ ⠁⠶⠠⠣⠁⠡⠂⠁⠡⠆⠁⠡⠒⠠⠜ ⠠⠣⠁⠡⠂⠁⠡⠆⠁⠡⠒⠠⠜ ⠠⠣⠁⠡⠂⠁⠡⠆⠁⠡⠒⠠⠜

해설

○ 반직선(half-line)은 한 정점에서 화살촉이 가리키는 방향으로 무한히 선이 계속되는 선의 일종이다.

○ 묵자에서는 두 점을 나타내는 로마자 위에 정방향 또는 역방향 화살표가 위치한다. 점자에서는 로마자 앞에 정방향 또는 역방향 화살표 ⠶⠠, ⠠⠶을 적는다.

○ 벡터 기호로 사용될 때에는 두 점을 이은 형태 AB, CD 등으로 표현하지 않고 A, B 등의 로마자로 표현되므로 그 구별이 가능하다.

※ 제30~42항의 기호는 두 점에 해당하는 로마자 두 개를 연이어 적고 그 위에 선의 성격을 나타내는 기호가 위치하는 데 주목한다.

제43항

제43항 합동(≡)은 ⠸⠸으로 적는다.

△ABC ≡ △DEF ⠸⠁⠃⠉⠸⠙⠑⠋

해설

○ 합동(congruence)은 두 개 이상의 도형이 모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 관계일 때를 말한다.

○ 묵자에서는 등호(=) 밑에 하이픈을 적어 한자의 석 삼자 모양으로 표기한다.
점자에서는 등호 ⠶ 밑에 하이픈 ⠒⠒을 겹쳐 적는 방식으로 제자하였다.

제44항

제44항 각(∠)은 ⠨으로 적는다.

∠ABC ⠨⠁⠃⠉

해설

○ 각(angle)은 한 점에서 그은 두 개의 반직선에 의하여 이루어진 도형이다. 한 점 B에서 시작한 두 반직선 BA와 BC로 이루어진 도형을 각 ABC라 하고 ∠ABC로 표시한다.

○ 각을 표현하는 기호(∠) ⠨ 다음에 세 점을 나타내는 로마자를 적어 표기한다.

○ 세 점 중 가운데 점만으로도 각을 표기할 수 있다. 이는 묵자의 표기에 준한다.

∠AXB -> ∠X ⠨⠁⠭⠃ ⠤⠕ ⠨⠭

제45항

제45항 삼각형(△)은 ⠸⠨으로 적는다.

△ABC ⠸⠨⠁⠃⠉

해설

○ 삼각형(triangle)은 한 직선 위에 있지 않은 세 점을 선분으로 서로 연결하여 만든 도형이다.

○ 도형 기호 ⠸에 삼각형 모양 ⠨을 조합하여 제자하였다.

개정 전과 개정 후

기호	개정 전	개정 후
△	⠨	⠸⠨

○ 삼각형 기호 ⠸⠨ 다음에 세 개의 점을 나타내는 로마자를 이어 적는다.

제46항

제46항 수직(⊥)은 ⠨⠨으로 적는다.

AB⊥DE ⠠⠁⠃⠨⠨⠠⠙⠑

해설

○ 수직(perpendicularity)은 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면이 이루는 각이 직각일 때를 말한다.

제47항

제47항 평행(//)은 ⠸⠸으로 적는다.

AB//CD ⠠⠁⠃⠸⠸⠠⠙⠑

해설

○ 평행(parallel)은 한 평면 위의 두 직선이나 두 평면이 서로 만나지 않는 관계이다.

제48항

제48항 평행이면서 같다(⫽)는 ⠸⠸⠨으로 적는다.

AB ⫽ CD ⠠⠁⠃⠸⠸⠨⠠⠙⠑

해설

○ 평행이고 길이가 같음을 나타내는 합성 관계 기호이다.
○ 두 개 이상의 선분이 서로 평행하고 길이가 같음, 즉
AB∥CD 이고 AB＝CD
○ 직선, 반직선에서는 사용할 수 없고 길이가 존재하는 선분에서 사용할 수 있다.

○ 현재 수학에서는 사용 빈도가 높지 않다.

제49항

제49항 닮음(∽)은 ⠸⠸⠸으로 적는다.

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ ⠸⠸⠸

제52항

제52항 오각형(⌂)은 ⠫⠣⠫으로 적는다.

⌂ABCDE ⠫⠣⠫⠠⠁⠠⠃⠠⠉⠠⠙⠠⠑

해설

○ 오각형(pentagon)은 다섯 개의 변과 다섯 개의 꼭짓점으로 이루어진 다각형이다.
○ 도형 기호 ⠫과 오각형의 모양인 ⠣⠫을 조합하여 제자하였다.
○ 오각형 기호 ⠫⠣⠫ 다음에 다섯 개의 점을 나타내는 로마자를 이어 적는다.

제53항

제53항 육각형(⬡)은 ⠫⠣⠭으로 적는다.

⬡ABCDEF ⠫⠣⠭⠠⠁⠠⠃⠠⠉⠠⠙⠠⠑⠠⠋

해설

○ 육각형(hexagon)은 여섯 개의 변과 여섯 개의 꼭짓점으로 이루어진 다각형이다. 육각형의 내각의 크기의 합은 720°이다.
○ 도형 기호 ⠫과 육각형의 모양인 ⠣⠭을 조합하여 제자하였다.
○ 육각형 기호 ⠫⠣⠭ 다음에 여섯 개의 점을 나타내는 로마자를 이어 적는다.

제54항

제54항 사다리꼴(⏢)은 ⠫⠣⠞으로 적는다.

⏢ABCD ⠫⠣⠞⠠⠁⠠⠃⠠⠉⠠⠙

해설

○ 사다리꼴(trapezoid)은 마주 보는 한 쌍의 변이 서로 평행한 사각형이다.
○ 도형 기호 ⠫과 사다리꼴 모양인 ⠣⠞을 조합하여 제자하였다.
○ 사다리꼴 기호 ⠫⠣⠞ 다음에 네 개의 점을 나타내는 로마자를 이어 적는다.

제55항

제55항 평행 사변형(▱)은 ⠫⠫⠫으로 적는다.

▱ABCD ⠫⠫⠁⠃⠉⠙

[붙임] 기하에서 대문자가 연이어 나타날 때에는 그 앞에 대문자 기호를 ⠫⠫을 적는다.

해설

○ 평행 사변형(parallelogram)은 마주 보는 두 쌍의 대변이 각각 서로 평행한 사각형이다. 평행 사변형은 사다리꼴에 포함된다.

○ 도형 기호 ⠫과 평행 사변형의 모양인 ⠫⠫을 조합하여 제자하였다.

○ 평행 사변형 기호 ⠫⠫⠫ 다음에 네 개의 점을 나타내는 로마자를 이어 적는다.

제56항

제56항 '그러므로'(∴)는 ⠠⠠으로 적고, 그 앞뒤를 두 칸씩 띈다.

$x+y=xy+2$ $\therefore xy=x+y-2$

⠭⠐⠽⠶⠭⠽⠬⠼⠃ ⠠⠠ ⠭⠽⠶⠭⠐⠽⠤⠼⠃

해설

○ 식의 전개에서 결과를 도출할 때 사용하는 접속 기호이다.

○ 이 기호를 대신해서 정방향 화살표(→)를 사용하기도 한다.

$x^2+3x+2=0$ ⠭⠘⠼⠃⠐⠼⠉⠭⠬⠼⠃⠶⠼⠚

$(x+1)(x+2)=0$ ⠣⠭⠬⠼⠁⠜⠣⠭⠬⠼⠃⠜⠶⠼⠚

$\rightarrow x=-1$ 또는 $x=-2$ ⠳⠒ ⠭⠶⠤⠼⠁ ⠠⠓⠥ ⠭⠶⠤⠼⠃

제57항

제57항 '왜냐하면'(∵)은 ⠠⠶으로 적고, 그 앞뒤를 두 칸씩 띈다.

$y=x+2$는 정수 $\because y=n+2$

⠽⠶⠭⠬⠼⠃⠒⠉⠛⠢ ⠠⠶ ⠽⠶⠝⠬⠼⠃

해설

○ 식의 전개에서 원인이나 근거를 제시할 때 사용하는 접속 기호이다.

○ 이 기호를 대신해서 역방향 화살표(←)를 사용하기도 한다.

$x=-1$ 또는 $x=-2$ $\leftarrow$ $x^2+3x+2=0$

제4장 연습 문제

1. $\angle AOB$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 할 때
$\overline{PC}=\overline{PD}$

2. $\triangle PCO$와 $\triangle PDO$에서
$\angle PCO=\angle PDO=90^\circ$

3. $\triangle PCO\equiv\triangle PDO$

4. 두 삼각형 ABC와 $A'B'C'$이 조건
$\overline{AB}=\overline{A'B'}$, $\overline{BC}=\overline{B'C'}$, $\overline{CA}=\overline{C'A'}$
을 만족하면 이 합동 조건을 SSS 합동이라 한다.

5. 직선 AB : $\overleftrightarrow{AB}$
반직선 AB : $\overrightarrow{AB}$

6. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 크기가 같고 방향이 같을 때, 두 벡터를 상등이라고 하고
$\vec{a}=\vec{b}$

7. 평면 α와 평면 β가 이루는 2면각이 직각이면, 두 평면 α, β는 서로 수직이라고 말하고 $\alpha\perp\beta$로 나타낸다.

8. 사각형 $ABCD$와 $EFGH$가 닮은 도형이면 기호로
$\square ABCD\sim\square EFGH$

9. 양 끝점이 A와 B인 호를 $\overset{\frown}{AB}$라 한다.

10. $\square ABCD$는 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
AB//DC, AD//BC

11. $\square$ABCD의 변 AB, CD 위에 점 P, Q를
AP : PB = DQ : QC = m : n

이 되도록 취하면 PQ//AD이다.

12. $A=B$
$B=C$
$\therefore\ A=C$

13. $(a+1)(a-1)=0$에서
$a=1\ (\because\ a>0)$

제4장 연습 문제 정답

제5장 함수

○ 함수(function)는 일반적으로 두 집합 X, Y에 대하여 X의 원소 x에 Y의 원소 y가 단 하나 대응하면 이 대응 관계가 X에서 Y로 가는 함수이다.
○ 함수의 종류에는 다항 함수, 대응, 로그 함수, 목적 함수, 무리 함수, 분수 함수, 삼각 함수, 상수 함수, 역함수, 유리 함수, 주기 함수, 지수 함수, 합성 함수, 항등 함수 등이 있다.

제58항

제58항 함수와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.

함수(f)는 ⠍으로 적는다.

$y=f(x)$ ⠍⠶⠍⠦⠭⠴

$f(x-1)$ ⠍⠦⠭⠤⠼⠁⠴

$(g\circ f)(x)=g(f(x))$ ⠦⠛⠈⠋⠴⠦⠭⠴⠶⠛⠦⠋⠦⠭⠴⠴

$y=f^{-1}(x)$ ⠽⠶⠍⠘⠤⠼⠁⠦⠭⠴

[붙임] f 또는 g가 화살표 위에 있을 때에는 화살표 앞에 적는다.

$x \overset{f}{\rightarrow} y$ ⠭ ⠍⠒⠕ ⠽ $x \overset{g}{\rightarrow} y$ ⠭ ⠛⠒⠕ ⠽

해설

○ 함수는 일반적으로 f, g, h, i 등으로 주로 쓰이지만 어느 로마자라도 사용 가능하다. 함수의 로마자는 분야나 경향에 따라 다양하게 선택된다.

$f(a)=g(1)+1$ ⠋⠦⠁⠴⠶⠛⠦⠼⠁⠴⠬⠼⠁

○ 합성 함수(composite function)

두 함수 $f: X\rightarrow Y$, $g: Y\rightarrow Z$가 주어졌을 때, 집합 X의 임의의 원소 x에 집합 Z의 원소 $g(f(x))$를 대응시켜 X를 정의역, Z를 공역으로 하는 새로운 함수를 정의할 수 있다. 이렇게 정의된 새로운 함수가 f와 g의 합성 함수이다.

합성 함수는 두 개 이상의 함수를 합성한 것으로 기호(∘) ⠈을 사용하고, 합성 또는 써클(circle)이라고 읽는다.

일반적으로 함수의 독립 변수를 소괄호로 묶어 표현하는데 괄호가 중첩될 때 밖의

괄호가 중괄호 등으로 승격되지 않고 소괄호를 사용한다.

$(h \circ g)(x) = h(g(x))$

○ 역함수(inverse function)

일반적으로 함수 $f : X \to Y$가 일대일 대응일 때, Y의 임의의 원소 y에 대하여 $f(x) = y$의 원소 x가 오직 하나 존재한다. 따라서 Y의 원소 y에 $f(x) = y$인 X의 원소 x를 대응시켜 Y를 정의역, X를 공역으로 하는 새로운 함수를 정의할 수 있다. 이렇게 정의된 함수가 f의 역함수이다.

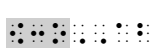
묵자에서 역함수는 함수의 문자 f, g 등에 -1이 지수 자리에 위치한다. 수학 점자에서는 개정 이전에는 -1제곱에 해당하는 을 문자에 붙여 표기하였으나 이번 개정에서 -1을 위 첨자 기호로 적는 것으로 통일하였다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
f^{-1}		

○ 화살표 위에 로마자가 위치하는 함수의 표기는 수학 점자에서 기호 위의 기호 처리 방식을 따른다. 즉 묵자에서 기호 위에 기호가 위치할 때 수학 점자에서는 기호 위에 위치한 기호를 기호 앞에 적는다는 원칙이다.

$\overline{\mathrm{AB}}$

$\overleftrightarrow{AB}$ 

$x \xrightarrow{f} y$

제59항

제59항 로그(log)는 ⠇으로 적는다.

1. 밑이 숫자일 경우에는 ⠂을 적고 수표 없이 내려 적는다. 밑이 문자일 경우에는 ⠇을 적고 문자를 적는다. 진수 부분은 바로 이어 적는다.

$\log_{10}2$ ⠇⠂⠁⠴⠃ $\log_a n$ ⠇⠁⠴⠝

[붙임] 진수 부분이 분수, 곱, 다항식, 괄호 등일 경우에는 묶음 괄호로 묶어 적는다.

$\log_a \frac{u}{v}$ ⠇⠁⠴⠦⠥⠌⠧⠴

$\log_e(2+h)$ ⠇⠑⠴⠦⠃⠬⠓⠴

$\log_2(x+1)$ ⠇⠂⠴⠦⠭⠬⠂⠴

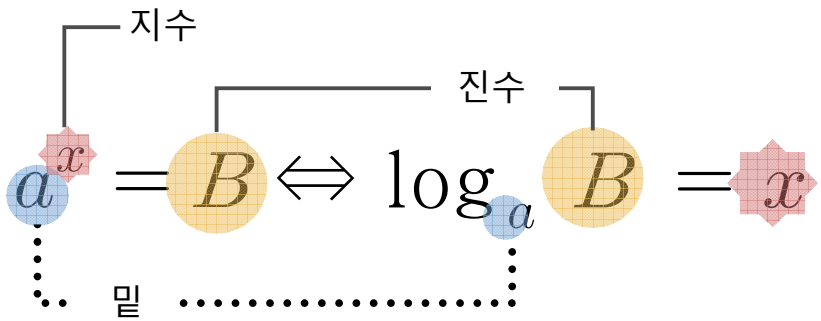
2. 상용로그에서는 밑을 생략한다.

log2 ⠇⠃ $2\log 7$ ⠃⠇⠛

$\log(x+1)$ ⠇⠦⠭⠬⠂⠴

해설

○ 로그는 밑과 진수로 구성된다.



○ 수학 점자에서 로그를 적을 때에는 밑이 수일 때와 문자 또는 괄호일 때를 구분하여 달리 표기한다. 밑이 수일 때는 로그표 ⠇을 적고 ⠂을 적은 다음 밑인 수를 수표

없이 내려 적는다. 밑이 문자 또는 괄호일 때는 로그표 ⠨⠣을 적고 ⠣을 적은 다음 밑인 문자 또는 괄호를 적는다. 밑을 적은 다음 바로 진수를 이어 적는다.

$\log_2 5$ ⠨⠣⠂⠼⠢⠣⠼⠢⠜

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ ⠨⠣⠂⠼⠃⠣⠼⠉⠌⠨⠣⠂⠼⠁⠣⠼⠉

$\log_{2+3} 5$ ⠨⠣⠂⠼⠢⠬⠼⠒⠣⠼⠢⠜

○ 진수가 분수, 곱, 다항식일 때 묶음 괄호로 묶어 적는다.

$\log_{ab} C$ ⠨⠣⠂⠼⠁⠃⠣⠼⠉⠜

$\log_2 (x-1)(x-3)$ ⠨⠣⠂⠼⠢⠣⠼⠭⠤⠼⠂⠣⠼⠭⠤⠼⠒⠜

$\log_{3^2} 3^4 = \dfrac{4}{2}\log_3 3 = 2$ ⠨⠣⠂⠼⠒⠘⠼⠢⠣⠼⠲⠼⠙⠌⠼⠃⠨⠣⠂⠼⠒⠣⠼⠒⠶⠼⠃

○ 상용로그(Common logarithm)는 수 10을 밑으로 하는 로그이다. 상용로그는 묵자에 준하여 밑 10을 생략하고 로그표 다음에 바로 진수를 적어 표현한다.

$\log 5 = \log \dfrac{10}{2} = 1 - \log 2$

⠨⠣⠼⠢⠜⠶⠨⠣⠼⠁⠚⠌⠼⠃⠜⠶⠼⠂⠤⠨⠣⠼⠃⠜

○ 자연로그(natural logarithm)는 실수 e를 밑으로 하는 로그 $\log x$로서, 상용로그와 구별하기 위해 $\ln x$로 쓴다.

$\ln x = \log_e x$ ⠨⠝⠣⠼⠭⠜⠶⠨⠣⠂⠼⠑⠣⠼⠭⠜

제60항

제60항 삼각 함수는 다음과 같이 적는다.

사인(sin)	⠎⠊⠝	코사인(cos)	⠉⠕⠎
탄젠트(tan)	⠞⠁⠝	코탄젠트(cot)	⠉⠕⠞
시컨트(sec)	⠎⠑⠉	코시컨트(cosec)	⠉⠕⠎⠑⠉

[붙임] 각이 곱, 다항식 등으로 표시되어 있을 경우에는 묶음 괄호로 묶는다.

$\sin 3x$	⠎⠊⠝⠼⠉⠭
$\sin xy$	⠎⠊⠝⠭⠽
$\sin\frac{x}{6}$	⠎⠊⠝⠼⠭⠌⠼⠋
$2\cos x$	⠼⠃⠉⠕⠎⠭
$\sin^2 x+\cos^2 x=1$	⠎⠊⠝⠘⠼⠃⠭⠬⠉⠕⠎⠘⠼⠃⠭⠀⠨⠅⠼⠁
$\sin^3 x$	⠎⠊⠝⠘⠼⠉⠭
$\sin x^3$	⠎⠊⠝⠭⠘⠼⠉

해설

○ 삼각 함수(trigonometric function)는 사인 함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수, 코시컨트 함수, 시컨트 함수, 코탄젠트 함수의 여섯 함수로 구성된다.

○ 삼각 함수는 삼각 함수표 ⠎을 적고 함수의 종류에 따라 사인(sine)은 ⠊, 코사인(cosine)은 ⠉, 탄젠트(tangent)는 ⠞을 적는다.

○ 삼각 함수에 지수를 적을 때에는 묵자의 표기와 같은 방식으로 삼각 함수 기호 바로 다음에 지수를 표기한다.

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$	⠎⠊⠝⠘⠼⠃⠨⠹⠬⠉⠕⠎⠘⠼⠃⠨⠹⠀⠨⠅⠼⠁

○ 삼각 함수의 역

사인의 역$\left(\frac{1}{\sin}\right)$: 코시컨트

코사인의 역$\left(\frac{1}{\cos}\right)$: 시컨트

탄젠트의 역$\left(\frac{1}{\tan}\right)$: 코탄젠트

삼각 함수의 역은 삼각 함수 각각의 점형을 상하로 뒤집은 모양으로 제자하였다. 적을 때 삼각 함수표 ⠒을 앞에 적는 것은 삼각 함수와 동일하다.

사인	⠒⠎	→	코시컨트	⠒⠉
코사인	⠒⠒	→	시컨트	⠒⠝
탄젠트	⠒⠎	→	코탄젠트	⠒⠉

제61항

제61항 역삼각 함수는 다음과 같이 적는다.

$\arcsin A$	⠁⠗⠉⠎⠊⠝⠀⠠⠁
$\sin^{-1}A$	⠎⠊⠝⠘⠤⠼⠁⠐⠠⠁
$3\sin^{-1}x$	⠼⠉⠎⠊⠝⠘⠤⠼⠁⠐⠭
$\sin^{-1}\frac{x}{3}$	⠎⠊⠝⠘⠤⠼⠁⠐⠭⠸⠌⠼⠉
$\sin(\sin^{-1}x)$	⠎⠊⠝⠷⠎⠊⠝⠘⠤⠼⠁⠐⠭⠾

해설

○ 삼각 함수에 합성 함수를 취하면 항등 함수 $I(x)=x$가 되는 것에 따라 역함수가 정의된다.

$\sin x \circ \arcsin x = I$ (단, I는 항등 함수)

⠎⠊⠝⠭⠀⠡⠀⠁⠗⠉⠎⠊⠝⠭⠀⠒⠒⠀⠠⠊ ⠠⠊⠝ ⠠⠎⠊⠝⠭ ⠠⠁⠗⠉⠎⠊⠝⠭ ⠠⠊ ⠠⠁ ⠠⠎⠊⠝⠭⠀⠡⠀⠁⠗⠉⠎⠊⠝⠭⠀⠠⠊

따라서 $\arcsin x$는 $\sin x$의 '∘' (∘는 합성 함수)에 대한 역원이다.

○ 역삼각 함수는 삼각 함수의 역을 의미하는 -1을 지수처럼 사용하여 표현하기도 한다. 즉 $\arcsin A$는 $\sin^{-1}A$으로 표현할 수 있다.

기호의 표현

$\arcsin A$	⠁⠗⠉⠎⠊⠝⠠⠁	$\sin^{-1}A$	⠎⠊⠝⠘⠤⠼⠁⠐⠠⠁
$\arccos A$	⠁⠗⠉⠉⠕⠎⠠⠁	$\cos^{-1}A$	⠉⠕⠎⠘⠤⠼⠁⠐⠠⠁
$\arctan A$	⠁⠗⠉⠞⠁⠝⠠⠁	$\tan^{-1}A$	⠞⠁⠝⠘⠤⠼⠁⠐⠠⠁

$\mathrm{arc\,cosec}A$	⠁⠗⠉⠉⠕⠎⠑⠉⠠⠁	$\mathrm{cosec}^{-1}A$	⠉⠕⠎⠑⠉⠔⠼⠁⠠⠁
$\mathrm{arc\,sec}A$	⠁⠗⠉⠎⠑⠉⠠⠁	$\mathrm{sec}^{-1}A$	⠎⠑⠉⠔⠼⠁⠠⠁
$\mathrm{arc\,cot}A$	⠁⠗⠉⠉⠕⠞⠠⠁	$\mathrm{cot}^{-1}A$	⠉⠕⠞⠔⠼⠁⠠⠁

$\arccos x = \cos^{-1}x$ ⠁⠗⠉⠉⠕⠎⠠⠭⠀⠶⠀⠉⠕⠎⠔⠼⠁⠠⠭

$\arccos\frac{x}{6}$ ⠁⠗⠉⠉⠕⠎⠠⠭⠌⠖

○ 역(Inverse)을 표현하는 -1의 지수 표기는 이번 개정에 따라 ⠔⠼⠁에서 ⠼⠤⠁으로 바뀌었다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$\tan^{-1}A$	⠞⠁⠝⠔⠼⠁⠠⠁	⠞⠁⠝⠼⠤⠁⠠⠁

○ arc는 '아크'로 읽는다.

제62항

제62항 쌍곡선 함수는 다음과 같이 적는다.

$\sinh x$ ⠎⠊⠝⠓⠠⠭ $\cosh x$ ⠉⠕⠎⠓⠠⠭ $\tanh x$ ⠞⠁⠝⠓⠠⠭

$\sinh x = \frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ ⠎⠊⠝⠓⠠⠭⠀⠶⠀⠌⠑⠘⠭⠀⠤⠀⠑⠘⠤⠭⠳⠆

$\cosh^{2}x - \sinh^{2}x = 1$ ⠉⠕⠎⠓⠘⠆⠠⠭⠀⠤⠀⠎⠊⠝⠓⠘⠆⠠⠭⠀⠶⠀⠼⠁

해설

○ 쌍곡선 함수는 삼각 함수와 역함수 관계인 함수이다. 그래프의 모양이 쌍곡선의 형태를 띠고 있다.

○ 묵자와 동일하게 삼각 함수 기호에 h를 붙여 적는다. h는 hyperbolic의 첫 글자이다.

제5장 연습 문제

1. 집합 X를 정의역으로 하고 집합 Y를 공역으로 하는 함수 f는
   $f : X \to Y$

2. 집합 X를 정의역으로 하는 항등 함수
   $I_x : X \to X$

3. $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$

4. $(f^{-1})^{-1} = f$
   $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

5. $\log_2(x+1)$
   $\log_a x^n = n\log_a x$

6. $\log 10 = 1,\ \log 100 = 2,\ \log 1000 = 3$

7. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

8. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{12}\right) = \cos\dfrac{\pi}{12} = \cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4}\right)$

9. $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$

10. $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

11. $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
    $1 + \cot^2 x = \mathrm{cosec}^2 x$

12. $\sin(\pi-\theta)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$

13. $\sin(\arctan x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

14. $\cosh^2 x-\sinh^2 x=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=1$

제5장 연습 문제 정답

제6장 미적분

제63항

제63항 무한대(∞)는 ⠿으로 적는다.

$n \to \infty$ ⠿ ⠒⠿ ⠿

$-\infty$ ⠤⠿

$\tan 90^\circ = \pm\infty$ ⠿⠐⠿⠐⠒⠿⠒⠒⠒⠐⠿

해설

○ 무한대(infinity, ∞)는 일정한 값을 나타내는 수가 아니고 한없이 커짐을 나타내는 기호이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ⠠⠎⠢⠿⠒⠒⠒⠿ ⠿ ⠁⠢

제64항

제64항 극한(lim)은 ⠇⠊⠍으로 적은 다음 범위의 시작(변수), 화살표, 범위의 끝(점근값)의 순으로 적되, 변수 앞에 ⠢을 적고 화살표의 양쪽을 한 칸씩 띄어 적는다. 그리고 본 식에 해당하는 수열의 일반항 또는 함수식을 범위 다음에 칸을 띄어 적는다.

$\lim_{x \to b} g(x)$ ⠇⠊⠍⠢⠭ ⠒⠕ ⠃ ⠛⠷⠭⠾

$\lim_{x \to \infty} f(x)$ ⠇⠊⠍⠢⠭ ⠒⠕ ⠿ ⠋⠷⠭⠾

$\lim_{a \to 0} \frac{\log(a+1)}{a}$ ⠇⠊⠍⠢⠁ ⠒⠕ ⠚ ⠇⠕⠛⠷⠁⠬⠼⠁⠾⠳⠁

$\lim_{x \to \pm\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ ⠇⠊⠍⠢⠭ ⠒⠕ ⠤⠿ ⠷⠼⠁⠲⠼⠁⠳⠭⠾⠘⠭⠀⠒⠒⠑

[붙임] 범위가 둘일 때에는 범위의 시작(변수) 앞에 각각 ⠢을 적는다.

$\lim_{\substack{x\to a\\ y\to b}} f(x,y)$ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠ ⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠ ⠠⠠⠠ ⠠⠠

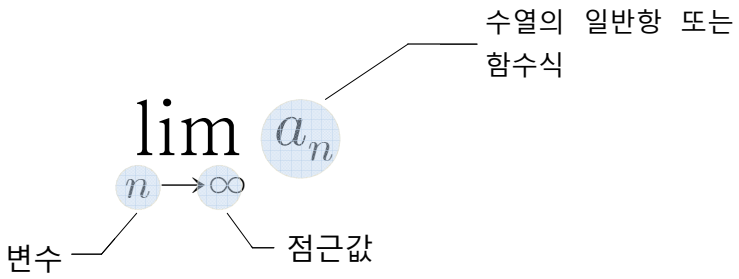
해설

○ 기호 lim는 극한을 뜻하는 limit의 약자이고 '리미트'라고 읽는다.

○ 수열의 극한은 무한수열 $\{a_n\}$이 어떤 수 α에 수렴할 때, 이 α가 수열 $\{a_n\}$의 극한 또는 극한값이다.

함수의 극한은 함수 $f(x)$가 어떤 값 α에 수렴할 때, 이 α가 $f(x)$의 극한 또는 극한값이다.

○ 일반적으로 극한의 식은 극한 기호 lim과 범위(변수, 점근값), 수열의 일반항 또는 함수식으로 구성된다.



○ 수학 점자에서는 극한 기호 lim을 적은 후에 범위의 시작인 변수를 아래 첨자로 처리, 즉 ⠰을 붙여 변수를 적고, 화살표 ⠒⠕ 다음에 점근값을 표기한 후 본식을 적는다. 변수, 화살표, 점근값, 본식 사이는 각각 한 칸을 띈다.

○ 개정 이전에는 화살표를 적지 않았는데 묵자의 구조 및 형태를 수용하여 묵자에 있는 화살표를 표기하는 것으로 개정하였다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$\lim_{x\to\infty} f(x+1)$	⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠⠠	⠠⠠⠠⠠ ⠒⠕ ⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠⠠

○ [붙임] 범위가 둘 이상일 때에는 범위의 시작(변수) 앞에 각각 ⠰을 적고, 범위의 시작(변수), 화살표, 끝(점근값) 순으로 적되 그 사이는 한 칸씩 띈다.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{3x^2y}{x^2+y^2}=0$$

⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dz}\times\frac{dz}{dx}$ ⠠⠙⠽⠌⠙⠭⠀⠿⠀⠠⠙⠽⠌⠙⠵⠀⠿⠀⠠⠙⠵⠌⠙⠭

$\frac{du}{dx}\times v+u\times\frac{dv}{dx}$ ⠠⠙⠥⠌⠙⠭⠀⠿⠀⠧⠀⠬⠀⠥⠀⠿⠀⠠⠙⠧⠌⠙⠭

$\frac{d(3x+5)}{dx}$ ⠠⠙⠷⠼⠉⠭⠬⠼⠑⠾⠌⠙⠭

2. 2차 도함수

$y''=\frac{d^2y}{dx^2}$ ⠽⠠⠠⠀⠨⠅⠀⠠⠙⠘⠼⠃⠽⠌⠙⠭⠘⠼⠃

$d^2y=f''(x)dx^2$ ⠙⠘⠼⠃⠽⠀⠨⅀⠀⠋⠠⠠⠷⠭⠾⠙⠭⠘⠼⠃

3. 3차 도함수

$y'''=\frac{d^3y}{dx^3}$ ⠽⠠⠠⠠⠀⠨⠅⠀⠠⠙⠘⠼⠉⠽⠌⠙⠭⠘⠼⠉

4. 4차 이상의 도함수

$y^{(4)}=\frac{d^4y}{dx^4}$ ⠽⠘⠷⠼⠙⠾⠀⠨⠅⠀⠠⠙⠘⠼⠙⠽⠌⠙⠭⠘⠼⠙

$y^{(n)}=\frac{d^ny}{dx^n}$ ⠽⠘⠷⠝⠾⠀⠨⠅⠀⠠⠙⠘⠝⠽⠌⠙⠭⠘⠝

해설

○ 도함수(derived function)는 함수 $y=f(x)$를 미분하여 얻은 함수 $f'(x)$를 말한다. 일반적으로 $f(x)$의 미계수 또는 미분 계수라고도 한다.

도함수는 derivative 또는 derived function을 번역한 것으로, derivative는 미분이라는 뜻의 derivation에서 만들어졌다. derivation은 본래 '도출'이라는 의미를 가지고 있는데 미분 계수와 구별하기 위해 derivative라고 하였다. 이것을 번역할 때 '도출된 함수'라는 의미에서 '도함수'라고 한 것이다.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

⠠⠠⠠

제67항

제67항 편미분(∂)은 ⠿으로 적는다.

1. f_x의 x는 아래 첨자로 적는다.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f_x(x,y)$$ ⠿⠿⠿

○ 미분 연산자 기호(∇: nabla)는 아래로 뾰족한 세모꼴의 모양에 따라 ⠇⠽⠇으로 제자하였다.
○ 식의 구성 및 전개는 묵자와 같은 방식으로 적는다.

벡터의 미분 연산

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$$

⠇⠽⠇⠕⠏⠑⠗⠁⠞⠕⠗ ⠠⠙⠑⠇⠞⠁ ⠠⠁⠏⠏⠇⠑
⠇⠽⠇⠼⠭⠼⠽⠼⠵⠼⠊⠼⠚⠼⠅⠼⠠⠙⠑⠇⠞⠁⠼⠭⠼⠽⠼⠵⠼⠊⠼⠚⠼⠅

제69항

제69항 라플라스 변수($\mathcal{L}f(t)$)는 ⠇⠁⠏⠇⠁⠎⠁⠎으로 적는다.

$$\mathcal{L}f(t) = \int_0^x e^{-x} f(t)dt \qquad ⠇⠁⠏⠇⠁⠎⠁⠎ ⠠⠑⠠⠋⠣⠞⠜ ⠠⠝ ⠇⠁⠏⠇⠁⠎⠁⠎⠠⠎⠠⠉⠕⠝⠧⠑⠗⠎⠊⠕⠝⠠⠎⠠⠊⠝⠧⠑⠗⠎⠑⠠⠎⠠⠉⠕⠝⠧⠑⠗⠎⠊⠕⠝

해설

○ 라플라스 변환은 선형 상미분 방정식을 대수 방정식으로 변화시킨다. 이 성질을 이용하여 비교적 풀기 쉬운 대수 방정식의 해를 구한 후 다시 라플라스 역변환으로 변환시키면 미분 방정식의 해를 구할 수 있다.
○ 라플라스 기호($\mathcal{L}f(t)$)는 함수와 함께 사용한다.

함수 $f(t)$가 $t \geq 0$인 구간에서 정의된 함수라고 하자.
이때, f의 라플라스 변환을 $\mathcal{L}f(t)$ 또는 $F(s)$로 나타내며 다음의 식으로 정의한다.

$$\mathcal{L}f(t) = F(s) = \int_0^\infty e^{-at} f(t)dt \quad (s > 0)$$

⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎ ⠠⠏⠗⠕⠏⠑⠗⠞⠊⠑⠎ ⠠⠕⠋ ⠠⠇⠁⠏⠇⠁⠎⠁⠎
⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎
⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎ ⠠⠇⠊⠝⠑⠁⠗ ⠠⠕⠏⠑⠗⠁⠞⠕⠗⠎
⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎
⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎
⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎
⠠⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎ ⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎⠠⠎⠠⠁⠏⠏⠇⠑⠎

제70항

제70항 ‘알레프(ℵ)’는 ⠠⠠으로 적는다.

ℵ(c): 연속체의 농도 ⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶

해설

○ 알레프는 농도의 기호로 집합론에서 사용되는 용어이며, 연속체의 농도를 표시하는 값을 이른다.

○ ℵ(알레프)는 히브리 문자이다.

제71항

제71항 ‘알레프 제로(ℵ$_0$)’는 ⠠⠠을 적고 0은 아래 첨자로 적는다.

ℵ$_0$(a): 가부번의 농도 ⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶

해설

○ 알레프 제로는 농도의 기호로 자연수나 유리수 전체 등의 집합의 농도, 즉 가산 또는 가부번인 농도를 알레프 수 ℵ$_0$로 나타낸다.

ℵ$_0$=|$\mathbb{N}$| (자연수의 집합의 크기)

⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶

제72항

제72항 부정적분은 ⠠으로 적는다.

$$\int f(x)dx = F(x) + C \qquad ⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶$$

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx \qquad ⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶$$

$$\int (2x+3)dx = \int 2xdx + \int 3dx$$

⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶⠀⠠⠠⠶

해설

○ 부정적분(indefinite integration)은 미분의 역과정을 의미한다. 즉, 함수 $f(x)$의 부정적분은 미분을 하여 $f(x)$가 되는 함수이다.

○ 범위가 정해져 있지 않기 때문에 적분 기호(integral) 다음에 본식(피적분 함수)을 순서대로 붙여 적는다.

함수 $F(x)$의 도함수가 $f(x)$이면, $F'(x)=f(x)$이면 $F(x)$는 $f(x)$의 부정적분이고 이것을 기호로

$$\int f(x)dx$$

제73항

제73항 정적분은 적분 범위를 ⠒으로 시작하고 아래 끝, 위 끝, 본 식(피적분 함수)의 순으로 적되, 아래 끝과 위 끝 사이, 위 끝과 본 식(피적분 함수) 사이를 한 칸씩 띄어 적는다. 적분 괄호는 대괄호로 적는다.

$$\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b$$

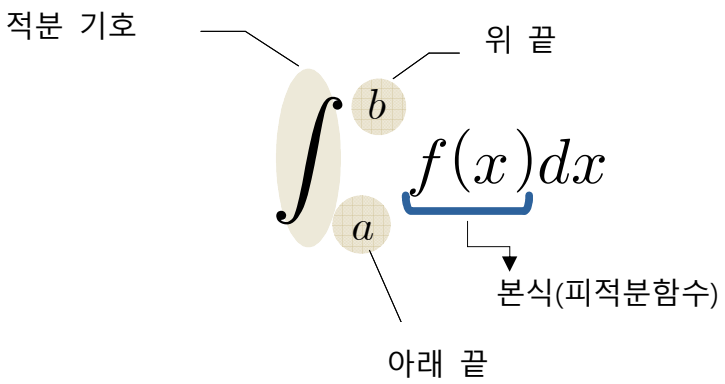
$$2\int_0^a \sqrt{(a^2-x^2)}\,dx$$

$$\lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx$$

해설

○ 정적분(definite integral)은 값이 일정하게 정해지는 적분이다. 정적분을 구하는 것이 구체적인 어떤 값을 구하는 것이므로 정적분이라 한다.

○ 정적분은 적분 범위의 시작(아래 끝), 끝(위 끝), 본식(피적분 함수)으로 구성된다.



○ 묵자에서는 적분 범위를 아래 끝은 하단에, 위 끝은 상단에 적는다. 수학 점자에서는 아래 끝은 적분 기호 다음에 ⠡을 붙여 아래 첨자로 처리하고 위 끝은 한 칸 띄어 적는다. 본식(피적분 함수)는 위 끝과 한 칸 띄어 적는다.

$-\int_0^1 (1+4x)dx$ ⠡⠚⠡⠁ ⠔⠁⠭⠬⠀⠭

제74항

제74항 이중 적분($\int\int$)은 ⠡⠡으로 적되, 이중 적분의 구역은 ⠡으로 적고 칸을 띈 다음 본 식(피적분 함수)을 적는다.

$\int\int_A f(x,y)dxdy$ ⠡⠡⠡⠁ ⠡⠁ ⠡⠭⠽⠙⠭⠙⠽

$\int_a^b\int_c^d f(r)drd\theta$ ⠡⠡⠡⠁ ⠡ ⠡⠡⠡⠁ ⠡ ⠡⠡⠡⠁⠗⠙⠗⠙⠨⠓

[붙임] 적분의 범위를 적을 때에는 정적분에서 아래 끝과 위 끝을 적는 방식에 준한다.

$\int\int_{a\ c}^{b\ d} f(x,y)dxdy$ ⠡⠡⠡⠁ ⠡ ⠡⠡⠡⠁ ⠡ ⠡⠡⠡⠁ ⠡⠡⠡⠁⠭⠽⠙⠭⠙⠽

해설

○ 이중 적분(double integral)은 평면 도형 위에서 정의된 함수의 적분으로 두 개 이상의 변수가 있는 함수를 적분한다.

○ 적분 범위를 적는 방식은 정적분과 동일하며, 두 개 이상의 범위 사이에 한 칸을 띄어 구분하고 두 번째 범위도 ⠡으로 시작한다.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{x}{1+xy} = \int_0^1 \Big[\ln(1+xy) \Big]_0^1 dx$$

제75항

제75항 선적분($\oint$)은 으로 적되, 선적분의 범위는 정적분에서 아래 끝과 위 끝을 적는 방식에 준한다.

$$\oint_c^f (z)dz$$

$$\oint_{(a,b)}^{(c,d)} pdx$$

해설

○ 선적분(line integral)은 평면 위에서 곡선을 따르는 함수의 적분으로 곡선 적분이라고도 한다. 주어진 함수 또는 벡터장을 어떤 곡선을 따라 적분할 때 이를 선적분이라고 한다.

○ 선적분의 범위는 정적분의 범위를 적는 방식에 따른다.

○ 좌표가 위 끝과 아래 끝일 때는 좌표를 적는 방식에 준하여 적는다.

제6장 연습 문제

1. $y=f(x)$에 대하여

   $\Delta x = x_2 - x_1$

   $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$

   이 각각 x의 변화량과 y의 변화량을 나타낼 때

   $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

2. $f(x)=x^2+5x+6$의 $x=1$에서의 미분 계수는

   $$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

3. $f(x)=c$이면 $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{c-c}{h}=0$

4. $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+1}{x^2-x}=3$

5. $x=a$에서 연속이면 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.

   즉 $\lim_{x\to a-} f(x) = \lim_{x\to a+} f(x)$

6. $x=a$에서 함수 $y=f(x)$의 5차 근사 다항식

$$f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(a)}{2}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{6}(x-a)^3+\frac{f^{(4)}(a)}{24}(x-a)^4+\frac{f^{(5)}(a)}{120}(x-a)^5$$

7. 연속체, 즉 실수 전체의 집합의 기수를 c로 나타내면,

   $c=\aleph_1$

8. $f(x)$의 부정적분의 하나를 $F(x)$라 하면

   정적분 $\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = f(b)-f(a)$

9. $\int_a^{\log x} f(t)dt = x^2 - x$

10. $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = F'(x) = f(x)$

11. $\int_x^1 dx = \ln|x| + C$

12. 치환 적분법에서

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \left(\int f(u)du\right) \circ g$$

13. 스톡스 정리

$$\int_\Omega d\omega = \oint_{\partial\Omega} \omega$$

14. 함수 f를 y에 대하여 편미분하고, x에 대하여 편미분한 것은

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right), \ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \ f_{yx}$$

15. E가 $a \le x \le b$, $c \le y \le d$일 때, $f(x,y)$에 관한 이중 적분은 누차 적분의 꼴로 고쳐 쓸 수 있다.

$$\int\int_E f(x,y)dxdy = \int_a^b dx \int_c^d f(x,y)dy$$

제6장 연습 문제 정답

제7장 집합과 명제

제76항

제76항 집합과 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.

1. 합집합(∪)은 ⠸⠬으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

$A \cup B$ ⠠⠁ ⠸⠬ ⠠⠃

2. 교집합(∩)은 ⠸⠩으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

$A \cap B$ ⠠⠁ ⠸⠩ ⠠⠃

3. 원소는 다음과 같이 적는다.

가. 원소가 기호의 왼쪽에 있을 때(∈)에는 ⠸⠂으로 적는다.

$a \in M$ ⠰⠁ ⠸⠂ ⠰⠍

나. 원소가 기호의 오른쪽에 있을 때(∋)에는 ⠸⠐으로 적는다.

$A \ni x$ ⠠⠁ ⠸⠐ ⠰⠭

다. 원소가 기호의 왼쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때(∉)에는 ⠸⠈⠂으로 적는다.

$a \notin A$ ⠰⠁ ⠸⠈⠂ ⠠⠁

라. 원소가 기호의 오른쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때(∌)에는 ⠸⠈⠐으로 적는다.

$M \not\ni a$ ⠠⠍ ⠸⠈⠐ ⠰⠁

4. 집합을 나타내는 방식은 다음과 같다.

가. 원소 나열법으로 된 집합은 다음과 같은 방법으로 나타낸다.

$\{1, 2, 3\}$ ⠸⠷⠼⠂⠼⠆⠼⠒⠸⠾ ⠷⠼⠂⠼⠆⠼⠒⠾ ⠷⠼⠂⠼⠆⠼⠒⠸⠾

나. 조건 제시법으로 된 집합은 다음과 같은 방법으로 나타낸다.

$\{x \mid x$ 는 정수$\}$ ⠸⠷⠭⠳⠭ ⠭⠳ ⠳⠭ ⠳⠭⠳⠭⠸⠾

5. 부분 집합은 다음과 같이 적는다.

가. 부분 집합이 기호의 왼쪽에 있을 때($\subset$)에는 ⠨⠅으로 적는다.

$B \subset A$ ⠠⠃⠀⠨⠅⠀⠠⠁

나. 부분 집합이 기호의 오른쪽에 있을 때($\supset$)에는 ⠕⠨으로 적는다.

$A \supset B$ ⠠⠁⠀⠕⠨⠀⠠⠃

다. 부분 집합이 기호의 왼쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때($\not\subset$)에는 ⠸⠌⠨⠅으로 적는다.

$A \not\subset M$ ⠠⠁⠀⠸⠌⠨⠅⠀⠠⠍

라. 부분 집합이 기호의 오른쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때($\not\supset$)에는 ⠸⠌⠕⠨으로 적는다.

$M \not\supset A$ ⠠⠍⠀⠸⠌⠕⠨⠀⠠⠁

6. 여집합(^{c})은 ⠘⠉으로 적는다.

$\mathrm{A}^c = U - A$ ⠠⠁⠘⠉⠀⠨⠅⠀⠠⠥⠀⠤⠀⠠⠁

7. 공집합(ϕ)은 ⠸⠋으로 적는다.

$A \cap B = \phi$ ⠀⠁⠀⠀⠀⠸⠋

8. 추론($\vdash$)은 ⠸⠦으로 적는다.

$S_1, S_2, S_3 \cdots S_n \vdash S$

⠀⠁⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠸⠦⠀⠀⠀⠎

9. '앞선다($\lesssim$)'는 ⠸⠸⠦으로 적되, 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

$a, b \in R \ a \lesssim b$: *a*는 *b* 앞에 있다.

⠀⠁⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠸⠦⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠁⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠁⠀

[붙임] 위의 세 경우에는 기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

해설

○ 합집합(union, ∪) ⠸⠦

집합 연산 기호이다.

집합 A의 원소와 집합 B의 원소를 모두 합한 전체를 A와 B의 합집합이라 한다.

묵자 '컵' 또는 'U'자 모양에 따라 기호를 ⠸⠦으로 제자하였다.

기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

○ 교집합(intersection, ∩) ⠨⠴

집합 연산 기호이다.

두 집합 A와 B의 양 쪽에 공통으로 속해 있는 원소 전체의 집합을 A와 B의 교집합이라 한다.

묵자 '모자'의 모양에 따라 기호를 ⠨⠴으로 제자하였다.

기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

○ 원소(element, ∈, ∋) ⠐⠂ ⠂⠐

원(원소)과 집합 사이의 관계 기호이다.

집합을 구성하는 각 개체를 그 집합의 원소(element) 또는 구성원(member)이라고 한다.

집합과 원소 사이에서만 사용해야 한다.

집합을 표현할 때에는 일반적으로 집합은 대문자, 원(원소)은 소문자로 표기한다. 묵자 기호에서 삼지창 모양의 기호가 벌어져 있는 방향에 따라 그 구분을 판단할 수 있다. 벌어져 있는 방향이 집합이고 그 반대쪽은 원(원소)이다.

집합이 오른쪽에 있을 때 기호는 오른쪽으로 벌어진다. → ∈ ⠐⠂

집합이 왼쪽에 있을 때 기호는 왼쪽으로 벌어진다. → ∋ ⠂⠐

$x \in B$ ⠨⠴⠐⠂⠠⠃

: 'x는 집합 B의 원소이다(에 속한다)'라고 읽는다.

$A \ni x$ ⠠⠁⠂⠐⠨⠴⠠⠭

: '집합 A는 x를 원소로 한다'라고 읽는다.

원소 기호의 부정은 묵자에서 빗금으로 겹쳐 쓰는 방식을 취하는 것에 따라 수학 점자의 제자 원리에 맞추어 ⠸⠡을 앞에 적어 표기한다.

$x \notin B$

: ‘x는 집합 B의 원소가 아니다(에 속하지 않는다)’라고 읽는다.

○ 집합의 표현

수학에서 집합을 표현하는 대표적인 방법으로는 원소 나열법과 조건 제시법이 있다.
원소 나열법은 어떤 집합을 표현할 때 그 원소들을 중괄호({ }) 속에 모두 나열하여 표현하는 방식이다. 집합 괄호({ }) 안에 원소를 나열하되 그 사이에는 묵자의 표기에 따라 쉼표를 적어 그 나열을 표현한다.
집합 괄호는 묵자의 규정에 따라 중괄호({ }) ⠸⠶ ⠸⠷으로 적는다.
개정 전에는 쉼표를 적지 않는 원칙에 따라 나열하는 요소 사이에 한 칸을 띄었지만 이번 개정에서는 쉼표를 적게 되었다.
수식에서의 쉼표는 ⠐을 적는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$A=\{1,\ 2,\ 3\}$	⠨⠁⠀⠨⠶⠼⠁⠀⠼⠃⠀⠼⠉⠨⠷	⠨⠁⠀⠨⠶⠼⠁⠂⠀⠼⠃⠂⠀⠼⠉⠨⠷

조건 제시법은 집합에 속하는 원소들의 공통된 성질을 문장이나 수식으로 서술하여 집합을 설명하는 것으로 원소의 범위나 관계를 조건으로 표현하는 방식이다.
범위를 나타내는 등호, 부등호 등과 수의 성질, 그룹을 표현하는 정수, 유리수 등으로 조건을 표현한다.

$A=\{x \mid 1 \le x \le 10$인 정수$\}$ -> 조건인 범위

⠨⠁⠀⠨⠶⠨⠭⠳⠀⠼⠁⠀⠡⠀⠭⠀⠡⠀⠼⠁⠚⠫⠀⠉⠒⠎⠨⠾ ⠀⠕ ⠀⠨⠭⠳⠀⠍⠊⠝⠀⠍⠁⠎⠀⠍⠁⠎⠊⠎

$\{x \mid x$는 10의 약수$\}$

⠨⠷⠭⠳⠀⠭⠀⠉⠳⠀⠼⠁⠚⠺⠀⠁⠜⠎⠀⠨⠾

○ 부분 집합(subset, $\subset$, $\supset$) ⠸⠦ ⠸⠴

주어진 집합의 원소들 일부 또는 전부로 이루어진 집합을 ‘주어진 집합의 부분 집합’이라고 한다.
부분 집합(포함)의 기호는 집합과 집합의 포함 관계를 표현하는 기호이다.
묵자의 C자 모양의 기호가 벌어진 방향으로 그 포함 관계를 표현, 즉 벌어진 방향이 오른쪽이면 오른쪽으로 포함되고, 벌어진 방향이 왼쪽이면 왼쪽으로 포함된다.
오른쪽으로 벌어지면 ‘기호의 왼쪽의 집합이 오른쪽의 집합에 포함된다(부분 집합이

다)'라고 읽고, 반대로 왼쪽으로 벌어지면 '왼쪽의 집합이 오른쪽의 집합을 포함한다.' 라고 읽는다.

$A \subset B$ ⠸⠷⠈⠦⠸⠴

: 집합 A는 집합 B에 포함된다(집합 A는 집합 B의 부분 집합이다)

$A \supset B$ ⠸⠷⠈⠴⠸⠴

: 집합 A는 집합 B를 포함한다(집합 B는 집합 A의 부분 집합이다)

부분 집합 기호의 부정은 묵자에서 빗금으로 겹쳐 쓰는 방식을 취하는 것에 따라 수학 점자의 제자 원리에 맞추어 ⠸을 앞에 적어 표기한다.

$A \not\subset M$ ⠸⠷⠸⠈⠦⠸⠴

: '집합 A는 집합 M에 포함되지 않는다
(집합 A는 집합 M의 부분 집합이 아니다)'라고 읽는다.

○ 여집합(complement (set), ^{c}) ⠸⠉

전체 집합 U의 한 부분 집합 A가 주어진 경우 전체 집합 U에는 속하지만 집합 A에는 속하지 않는 원소의 집합을 집합 A의 전체 집합 U에 관한 여집합이라 하고 A^C로 나타낸다.

묵자에서는 C가 위 첨자 자리에 위치하는데 수학 점자에서는 실제 지수가 c인 수와 구분이 필요하여 모양을 독립적으로 ⠸⠉으로 제자하였다.

○ 공집합(empty set, ϕ) ⠸⠻

원소를 하나도 갖지 않은 집합을 공집합이라 한다.

그리스 문자 피(Phi)의 소문자 ϕ를 사용한다.

○ 추론 기호($\vdash$) ⠸⠸⠶

$P \Rightarrow Q$는 명제 Q가 가정 P에 의존한다는 것을 뜻하는 반면,

$P_1,\ P_2 \vdash Q$는 P_1, P_2로부터 Q를 추론해 낼 수 있다는 규칙을 나타낸다.

추론 기호는 집합론과 같은 고급 수학에서 주로 사용한다.

○ 앞선다($\precsim$) ⠸⠸⠡⠸⠴

앞서고 같지 않다($\prec$) ⠸⠸⠡

집합론과 같은 고급 수학에서 주로 사용한다.

구분을 명확히 하고 기호 간 충돌을 방지하기 위해 기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

○ 집합 일반 연산

일반 연산 기호와 마찬가지로 집합의 관계와 구조를 순서 및 위치에 따라 정의한 식 기호의 모양은 사용자에 따라 다양하게 표현되므로 묵자의 모양에 따라 표기한다. 집합 연산에 사용하는 주요 기호는 아래와 같다.

‘이응 없는 아꼴(⊢)’ ⠇⠒
‘이응 없는 어꼴(⊣)’ ⠒⠇
‘위로 뾰족한 세모꼴(△)’ ⠇⠶

위의 세 경우에는 기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

제77항

제77항 명제를 나타내는 기호는 다음과 같이 적는다.

1. 논리곱(∧)은 ⠳으로 적는다.

$p \wedge q$ ⠏ ⠳ ⠟

2. 논리합(∨)은 ⠬으로 적는다.

$p \vee q$ ⠏ ⠬ ⠟

3. 배타적 논리합($\underline{\vee}$)은 ⠬⠶으로 적는다.

$p \mathbin{\underline{\vee}} q$: p 또는 q이고 p인 동시에 q는 아니다.

⠏ ⠬⠶ ⠏⠠⠕⠗ ⠟⠠⠃⠥⠞ ⠬⠶ ⠏⠠⠁⠝⠙ ⠟⠠⠊⠎ ⠝⠕⠞
⠬⠶ ⠏⠠⠁⠝⠙ ⠟⠠⠊⠎

4. 조건문(→)은 ⠒⠕으로 적는다.

$p \rightarrow q$ ⠏ ⠒⠕ ⠟

5. 쌍조건문(↔)은 ⠳⠒⠕으로 적는다.

$p \leftrightarrow q$ ⠏ ⠳⠒⠕ ⠟

6. 필요 충분(⇔)은 ⠸⠒⠒⠳으로 적는다.

$r \Leftrightarrow s$ ⠀⠀⠀⠸ ⠸⠒⠒⠳ ⠸

7. 항진 명제(⇒)는 ⠒⠒⠳으로 적는다.

$p \Rightarrow q$ ⠀⠀⠀⠸ ⠒⠒⠳ ⠸

8. 동치 명제(⇄)는 ⠸⠒⠳으로 적는다.

$p \rightleftarrows q$ ⠀⠀⠀⠸ ⠸⠒⠳ ⠸

9. 동시 부정(↓)은 ⠰⠒⠳으로 적는다.

$p \downarrow q$ ⠀⠀⠀⠸ ⠰⠒⠳ ⠸

[붙임] 위 1~9의 경우에는 그 앞뒤를 한 칸씩 띈다.

10. 부정(~)은 ⠰⠒으로 적는다.

$\sim p$ ⠀⠀⠀⠰⠒⠸

11. 한정 기호는 다음과 같이 적는다.

가. 전칭(∀)은 ⠰⠨으로 적는다.

$\forall x\ p(x)$ ⠀⠀⠀⠰⠨⠸ ⠸⠨⠣⠭⠜

나. 존재(∃)는 ⠰⠢으로 적는다.

$\exists x\ p(x)$ ⠀⠀⠰⠢⠸ ⠸⠢⠣⠭⠜

다. 부재(∄)는 ⠰⠨⠢으로 적는다.

$\nexists x$ ⠀⠀⠀⠰⠨⠢⠸

해설

○ 논리곱(∧) ⠸⠇

두 명제 p, q에 대해 'p이고 q이다' 혹은 'p and q'라는 합성 명제를 논리곱이라고 한다.

○ 논리합(∨) ⠸⠬

두 명제 p, q에 대해 'p 또는 q이다' 혹은 'p or q'라는 합성 명제를 논리합이라고 한다.

○ 배타적 논리합(⩒) ⠸⠬⠬

명제나 명제 함수 p, q의 배타적 논리합은 'p 또는 q이지만 p와 q인 것은 아니다', 즉 'p나 q 중 어느 하나만 성립한다.'는 뜻을 갖는다.
집합론과 같은 고급 수학에서 주로 사용한다.

○ 조건문(→) ⠸⠒

두 명제 p, q에 대해 'p이면 q이다'라는 합성 명제를 조건문이라고 한다.
화살표를 '이면'으로 읽는다.

$p \rightarrow q$: p이면 q이다

⠸⠇ ⠒ ⠸⠬ ⠐⠒ ⠸⠬ ⠒⠒ ⠐⠸⠬ ⠒

○ 필요 충분(⇔) ⠸⠒⠒⠒

$P \Rightarrow Q$와 동시에 $Q \Rightarrow P$도 성립하면 P는 Q이기 위한 필요조건이고, Q는 P이기 위한 충분조건이다. 따라서 P는 Q이기 위한 필요조건인 동시에 충분조건이기도 하다. 이와 같은 경우 P는 Q이기 위한 필요충분조건이라 하고, $P \Leftrightarrow Q$로 나타낸다.
등호 좌우에 화살촉을 조합한 모양의 기호이다. 수학적 표기의 변화에 따라 동치 기호와 필요 충분 기호를 맞바꾸는 것으로 조항을 개정하면서 과거의 동치 기호를 필요충분 기호로 쓰고 과거의 필요 충분 기호를 동치 기호로 쓰게 되었다.
필요 충분과 동치는 같은 의미로 표현되므로 묵자에 따라 사용하면 된다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
⇔	⠸⠒⠇	⠸⠒⠒⠇

○ 항진 명제(⇒) ⠸⠸⠹

문자 그대로 해석하면 '항상 참인 명제'라는 뜻으로 모든 경우에 대하여 합성 명제의 진릿값이 항상 참인 경우를 말한다.

화살대 ⠸을 두 개 적는 것에 유의해야 한다.

○ 동치 명제(⇄) ⠹⠸⠹

개정 전에는 묵자에서 필요 충분으로 사용되었는데 6번 규정과 함께 기호의 명칭과 기호를 맞바꾸게 되었다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
⥋	⠹⠸⠸⠹	⠹⠸⠹

○ 동시 부정(↓) ⠳⠸⠳

동시 부정 기호는 아래로 향하는 화살표이다. 묵자의 모양에 따라 수학 점자의 형태 표기 원칙에 의하여 아래를 의미하는 ⠳에 화살표 ⠸⠳을 조합하여 적는 방식으로 제자하였다.

○ 부정(~) ⠳⠸

명제 p의 부정 명제는 *SIMp* 와 같이 쓰고, 'p가 아니다'(not p) 또는 'p의 부정'이라 한다.

묵자에서는 물결표 모양의 기호가 로마자 앞에 위치한다. 수학 점자에서는 물결표를 표시하는 ⠳⠳에서 위로 한 칸씩 이동한 ⠳⠸을 부정(~) 기호로 쓴다.

p가 참인 명제이면 ~p는 거짓인 명제이다.

⠳⠸ ⠸ ⠳⠸⠳⠸ ⠳⠸⠳⠹⠸⠳⠸ ⠳⠸⠸ ⠳⠸ ⠳⠸⠳⠹⠳⠸ ⠳⠸⠳⠹⠸⠳⠸

○ 한정 기호

전칭(∀) ⠳⠳

존재(∃) ⠳⠸

부재(∄) ⠳⠳⠸

전칭 기호(보편 기호) ∀는 all, arbitrary, any, each, every 등을 같은 뜻으로 보아 all의 A를 거꾸로 쓴 것이며, 존재 기호 ∃는 exist, some 등의 뜻으로 exist의 E를 거꾸로 쓴 것이다.

부재 기호(∄)는 '존재하지 않는'이라고 읽는다.

제7장 연습 문제

1. 집합 A의 원소가 0, 1, 2, 3일 때
(1) 원소 나열법: $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$
(2) 조건 제시법: $A=\{x|0\le x\le 3,\ x$는 정수$\}$
(3) 원소와 집합 관계: $0\in A,\ 5\notin A$

2. 결합 법칙
$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$
$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

3. $B^C-A^C=B^C\cap(A^C)^C=B^C\cap A=A\cap B^C=A-B$

4. $A\subset B$이면 $A\cap B=A,\ A\cap\varnothing=\varnothing$

5. $p\rightarrow q,\ q\rightarrow r$이므로 $P\subset Q\subset R$

6. $p\rightarrow q$가 참이면 그 대우 $\sim q\rightarrow\sim p$도 참이다

7. 모든 $x\in X$에 대하여 $p(x)\Leftrightarrow q(x)$인 경우 '$p(x)$와 $q(x)$는 서로 필요충분조건이다'라고 한다.

8. $(p\wedge\sim q)\wedge(p\rightarrow q)$: 모순 명제

9. $(\forall x\in X)p(x)$의 부정은 $(\exists x\in X)\sim p(x)$

10. $p\rightarrow q$가 참인 명제인 경우 $p\Rightarrow q$

11. 쌍조건문 $p\leftrightarrow q$는 논리적으로 $(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$를 의미한다.

12. $p,\ q$가 명제일 때, $p,\ q$로 합성된 새로운 명제 $(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$를 $p\leftrightarrow q$로 나타낸다. 이 명제가 성립할 때, 즉 $p\rightarrow q$와 $q\rightarrow p$의 양쪽이 성립할 때, p와 q는 동치라고 한다.
$p\leftrightharpoons q$ 대신에 $p\Leftrightarrow q,\ p\supset\subset q$ 등으로 나타내기도 한다.

13. 임의의 $x,\ y \in X$에 대하여 $x \lesssim y$이거나 $y \lesssim x$이다.

14. F를 G의 왼쪽 수반 함자(left-adjoint functor)라고 하고, G를 F의 오른쪽 수반 함자라고 하며 기호로 $F \dashv G$

제7장 연습 문제 정답

제8장 확률과 통계

제78항

제78항 계승(Factorial)은 ⠠⠠으로 적는다.

$8!$	⠼⠓⠠⠠	$x!$	⠭⠠⠠
$n!$	⠝⠠⠠	$(7+4)!$	⠐⠣⠼⠛⠬⠼⠙⠐⠜⠠⠠
$(3n)!$	⠐⠣⠼⠉⠝⠐⠜⠠⠠	$\frac{y!}{x!}$	⠽⠠⠠⠌⠭⠠⠠

해설

○ 계승(Factorial, !)은 1부터 n까지의 자연수들을 차례로 곱한 것을 말하며 기호로 $n!$과 같이 나타낸다.

○ 묵자의 느낌표 모양의 기호를 수나 문자 다음에 적는 방식에 따라 점자의 느낌표 ⠠⠠을 붙여 적는다.

○ 개정 전에는 아래 첨자와 충돌되어 구분을 위해 ⠰을 앞에 적고 ⠠⠠을 표기하였는데 개정 후 아래 첨자 규정이 바뀜에 따라 그 구분이 불필요하여 ⠰을 적지 않는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$n!$	⠝⠰⠠⠠	⠝⠠⠠

제79항

제79항 순열(${}_nP_r$)은 ⠰⠏⠰⠢ ⠠⠠으로 적는다.

${}_3P_1$	⠰⠏⠰⠢⠼⠉⠼⠁ ⠰⠏⠰⠢⠼⠉⠼⠁
$2\,{}_7P_2$	⠼⠃⠰⠏⠰⠢⠼⠛⠼⠃ ⠰⠏⠰⠢⠼⠛⠼⠃
${}_{n-1}P_{r-1}$	⠰⠏⠰⠢⠝⠤⠼⠁⠰⠏⠰⠢⠗⠤⠼⠁ ⠰⠏⠰⠢⠝⠤⠼⠁⠰⠏⠰⠢⠗⠤⠼⠁

해설

○ 서로 다른 n개 중에서 r개($n \geq r$)를 취하여 그들을 일렬로 세울 때, 늘어세운 것 하나하나를 n개 중에서 r개를 취한 순열이라고 한다. 이 순열의 총수를 ${}_nP_r$로 표시

한다.

○ ${}_nP_r$의 P는 permutation(순열)의 머리글자에서 따온 것이다. ‘엔 피 알’로 읽는다.

○ 개정 전에는 P를 소문자로 적고 두 요소를 소괄호로 묶었는데 개정 후에는 묵자의 표기 방식과 같이 P를 대문자로 적고 두 요소를 묶음 괄호로 묶는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
${}_nP_r$	⠰⠏⠰⠢⠻⠰⠗⠱	⠠⠏⠰⠢⠻⠰⠗⠱

제80항

제80항 조합(${}_nC_r$)은 ⠰⠉⠰⠢⠻⠰⠗⠱으로 적는다.

${}_3C_2$	⠰⠉⠰⠢⠻⠼⠃⠱ ⠰⠗⠱
${}_{n-1}C_{r-1}$	⠰⠉⠰⠢⠻⠰⠝⠤⠼⠁⠱ ⠰⠗⠤⠼⠁⠱
$2\,{}_{n-1}C_{r-1}$	⠼⠃ ⠰⠉⠰⠢⠻⠰⠝⠤⠼⠁⠱ ⠰⠗⠤⠼⠁⠱
${}_nC^2{}_r$	⠰⠉⠰⠢⠻⠰⠝⠱⠘⠆ ⠰⠗⠱

해설

○ 서로 다른 n개 중에서 r개($n \geq r$)를 취하여 조를 만들 때, 이 하나하나의 조를 n개 중에서 r개를 취한 조합이라고 한다. 이 조합의 총수를 ${}_nC_r$로 표시한다.

○ ${}_nC_r$의 C는 combination(조합)의 머리글자에서 따온 것이다. ‘엔 씨 알’로 읽는다.

○ 개정 전에는 C를 소문자로 적고 두 요소를 소괄호로 묶었는데 개정 후에는 묵자의 표기 방식과 같이 C를 대문자로 적고 두 요소를 묶음 괄호로 묶는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
${}_nC_r$	⠰⠉⠰⠢⠻⠰⠗⠱	⠠⠉⠰⠢⠻⠰⠗⠱

제81항

제81항 중복 순열($_nΠ_r$)은 ⠿⠿⠿⠿⠿ ⠿⠿으로 적는다.

$_7Π_2$ ⠿⠿⠿⠿⠿ ⠿⠿

해설

○ 중복 순열은 서로 다른 n가지의 대상 중에서 중복을 허용하여 r개를 택하여 순서 있게 배열하는 것을 말한다.

○ 기호 $Π$는 그리스 문자 $π$의 대문자로 '파이'라고 읽는다. $Π$는 곱을 뜻하는 Product의 첫 글자인 P에 해당하는데, 중복을 허락하지 않는 순열(permutation)에서 이미 P가 사용되어 중복 순열에서는 P 대신 $Π$를 사용한 것이다. $_nΠ_r$은 '엔 파이 알'로 읽는다.

○ 적는 방식은 순열, 조합과 동일하다. 개정 전에는 두 요소를 소괄호로 묶었는데 개정 후에는 묶음 괄호로 묶는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
$_nΠ_r$	⠿⠿⠿⠿⠿ ⠿⠿	⠿⠿⠿⠿⠿ ⠿⠿

제82항

제82항 중복 조합($_nH_r$)은 ⠿⠿⠿⠿⠿ ⠿⠿으로 적는다.

$_7H_2$ ⠿⠿⠿⠿⠿ ⠿⠿⠿⠿

해설

○ 중복 조합은 서로 다른 종류의 대상들 중에서 중복을 허용하여 몇 개를 택하는 조합을 말한다.

○ $_nH_r$의 H는 동종을 뜻하는 Homogeneous의 첫 글자이다. '엔 에이치 알'로 읽는다.

○ 개정 전에는 H를 소문자로 적고 두 요소를 소괄호로 묶었는데 개정 후에는 묵자의 표기 방식과 같이 H를 대문자로 적고 두 요소를 묶음 괄호로 묶는다.

개정 전과 개정 후

묵자	개정 전	개정 후
${}_nH_r$	⠰⠰⠰⠰ ⠰⠰	⠰⠰⠰⠰ ⠰⠰

제83항

제83항 조건부 확률(⠳)은 ⠰⠳⠰으로 적는다.

$P(B \mid A) = \frac{1}{6}$ ⠰⠰⠰⠰

제85항

제85항 표본 비율(^)은 ⠈⠩으로 적되, 단위 벡터 기호로도 사용한다.

$\hat{p}$ ⠈⠩ $\sigma(\hat{p}) = \sqrt{V(\hat{p})}$ ⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩⠈⠩

해설

○ 표본 비율(sample rate)은 모집단에서 임의 추출한 표본에서 어떤 사건에 대한 비율을 말한다.

○ $\hat{p}$은 '피 햇'으로 읽는다.

제9장 기타 기호

제86항

제86항 한 수식이 두 줄 이상으로 연속될 때 사칙 연산, 등호, 분수 표가 아닌 점자가 줄 끝에 놓일 경우에는 식의 연결 기호 ⠒을 적는다.

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}+\frac{1}{x+2}$$

⠼⠁⠋⠐⠣⠭⠬⠐⠣⠭⠬⠐⠣⠭⠬⠔⠼⠁⠋⠐⠣⠭⠬⠒

⠀⠀⠀

제8, 9장 연습 문제

1. ${}_5P_3 = 5\times4\times3 = 60$

2. $\frac{n!}{p!\,q!\,r!}$ (단, $p+q+r+\cdots = n$)

3. ${}_3H_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10\times9}{2!} = 45$

4. ${}_nC_r \times r! = {}_nP_n$에서 ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

5. ${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$

6. ${}_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$

7. $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

8. $P(x_i \le X \le x_j) = \sum_{k=i}^{j} P(X=x_k) = P(X=x_i) + P(X=x_{i+1}) + \cdots + P(X=x_j)$

9. ① 표본 평균

$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}{n}$

② 표본 분산

$S^2 = \frac{(X_1-\overline{X})^2 + (X_2-\overline{X})^2 + \cdots + (X_n-\overline{X})^2}{n-1}$

③ 표본 표준 편차

$S = \sqrt{S^2}$

10. 모집단의 분포가 정규 분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의 추출 하여 구한 표본 평균 $\overline{X}$의 값을 $\overline{x}$라 하면
모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰 구간은

$$\left[\bar{x}-1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

11. 모비율이 p인 모집단에서 임의 추출 한 크기가 n인 표본의 표본 비율 $\hat{p}$에 대하여 다음이 성립한다. (단, $q=1-p$)

(1) $E(\hat{p})=p$

(2) $V(\hat{p})=\frac{pq}{n}$

(3) $\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{pq}{n}}$

제8, 9장 연습 문제 정답

참고 문헌

국립국어원(2017),『개정 한국 점자 규정』, 국립국어원.
김종호(2007),『Basic 고교생을 위한 수학 공식 활용사전』, 신원문화사.
김한규(2007),『수학점자 길잡이』, 실로암시각장애인복지관.
류순호(2000),『토양사전』, 서울대학교출판부.
박교식(2012),『수학기호 다시보기 series 1』, 수학사랑.
박교식(2011),『수학기호 다시보기 series 3』, 수학사랑.
박교식(2010),『수학기호 다시보기 series 4』, 수학사랑.
박병천 외(2011),『한글 글꼴 용어사전』, 세종대왕기념사업회.
박세희(2006),『수학의 세계』, 서울대학교출판부.
신항균 외(2015),『고등학교 수학 I』, 지학사.
신항균 외(2015),『고등학교 수학 II』, 지학사.
신항균 외(2015),『고등학교 미적분 I』, 지학사.
신항균 외(2015),『확률과 통계』, 지학사.
심진경 외(2008),『초등수학 개념사전』, 아울북.
이영규 외(2009),『학습용어 개념사전』, 아울북.
한림학사(2007),『개념어사전 통합논술』, 청서.

과학백과 사이언스올
http://www.scienceall.com/category/science_pedia/scidictionary/
나무위키 https://namu.wiki
네이버 수학백과 http://terms.naver.com
네이버캐스트 수학산책
http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=3572065&cid=58944&categoryId=5897
두산백과 http://www.doopedia.co.kr
위키백과 https://ko.wikipedia.org/
한국교육방송공사 www.ebsi.co.kr

네이버 블로그
http://blog.naver.com/j120205/220884309126
http://blog.naver.com/hekbms/220836272593
http://blog.naver.com/ooooooooooo0/220356818124
http://blog.naver.com/ooooooooooo0/220357774993

[부록 1]

2017년 수학 점자 규정 점역 예제(종합 문제)

종합 문제 1회

1. $\log_2 3+\log_2 \frac{2}{3}$의 값은?

2. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$에 대하여 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은?

3. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2(x-2)}{x-2}$의 값은?

4. 실수 x에 대하여 $3^x=2$일 때, 3^x+3^{-x}의 값은?

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=1$, $a_2+a_3=6$일 때, a_6의 값은?

6. 양수 x에 대하여 $2x+\frac{8}{x}$의 최솟값은?

7. $\sum_{k=1}^{7}\frac{1}{(k+1)(k+2)}$의 값은?

8. 두 실수 a, b에 대하여 $12^a=16$, $3^b=2$일 때, $2^{\frac{4}{a}-\frac{1}{b}}$의 값은?

9. 함수 $f(x)=2x^3+ax+3$에 대하여 $f'(1)=7$을 만족시키는 상수 a의 값은?

10. 실수 x에 대하여 두 조건 p, q를 각각

$$p:\ -1<x<2,\quad q:\ x^2+ax+b<0$$

이라 하자. p는 q이기 위한 필요충분조건일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

11. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}(a+3)x+1 & (x<0)\\ (2-a)x+1 & (x\geq 0)\end{cases}$$

이 일대일 대응이 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

12. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{n+1}{1+a_n}+1$$

을 만족시킬 때, a_4의 값은?

13. 다항식 $(x+3)^n$을 $x+1$로 나눈 나머지를 R_n이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{5}R_n$의 값은?

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+a & (x<1)\\ 2x^2+bx+4 & (x\geq 1)\end{cases}$$

이 $x=1$에서 미분 가능할 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

15. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-n^2)$이 수렴할 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n-n}{a_n+n^2}$의 값은?

16. 정의역이 $\{x \mid x$는 $x\geq 0$인 모든 실수$\}$인 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{n+1}+ax+2}{x^n+1}$$

가 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

17. 정의역이 $\{x \mid x$는 $x\geq k$인 모든 실수$\}$이고,
공역이 $\{y \mid y$는 $y\geq 1$인 모든 실수$\}$인 함수

$$f(x)=x^2-2kx+k^2+1$$

에 대하여 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자.
두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 최댓값은?

18. 그림과 같이 제1사분면 위에 있는 점 A와 x축 위의 서로 다른 두 점 B, C를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 삼각형 ABC의 무게 중심 G가 곡선 $y=\frac{1}{x}$ 위에 있다.

점 G의 x좌표가 t, 삼각형 ABC의 넓이가 $3t$일 때, 선분 BC의 길이를 $f(t)$라 하자. $\lim_{t\to 1}\frac{f(t)-2t}{t-1}$의 값은?

19. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n=n+1$이다.

다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\left(\sum_{k=1}^{n}a_k\right)^2=\sum_{k=1}^{n}(a_k)^3-2\sum_{k=1}^{n}a_k \qquad \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때

(좌변)$=\left(\sum_{k=1}^{1}a_k\right)^2=$ [(가)],

(우변)$=\sum_{k=1}^{1}(a_k)^3-2\sum_{k=1}^{1}a_k=$ [(가)] 이므로

$(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m(m\geq 1)$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$\left(\sum_{k=1}^{m}a_k\right)^2=\sum_{k=1}^{m}(a_k)^3-2\sum_{k=1}^{m}a_k$이므로

$$\left(\sum_{k=1}^{m+1}a_k\right)^2=\left(\sum_{k=1}^{m}a_k+a_{m+1}\right)^2$$

$$=\left(\sum_{k=1}^{m}a_k\right)^2+2\left(\sum_{k=1}^{m}a_k\right)a_{m+1}+(a_{m+1})^2$$

$$=\sum_{k=1}^{m}(a_k)^3-2\sum_{k=1}^{m}a_k+2\left(\sum_{k=1}^{m}a_k\right)a_{m+1}+(a_{m+1})^2$$

$$=\sum_{k=1}^{m}(a_k)^3+(\boxed{\text{(나)}})\sum_{k=1}^{m}a_k+(a_{m+1})^2$$

$$=\sum_{k=1}^{m}(a_k)^3+m^3+5m^2+7m+4$$

$$= \sum_{k=1}^{m} (a_k)^3 + (a_{m+1})^3 - (m^2+5m+4)$$

$$= \sum_{k=1}^{m+1} (a_k)^3 - 2\sum_{k=1}^{m+1} a_k$$

이다. 따라서 $n = m+1$ 일 때에도 ($*$)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 ($*$)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$이라 할 때, $f(p)$의 값은?

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $f(1) = f(3) = 0$)

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \to 0-} f(x) = 1$

ㄴ. 함수 $f(x)f(x+3)$는 $x = 0$에서 연속이다.

ㄷ. 방정식 $f(x)f(x+1) + 2x - 5 = 0$은 열린구간 $(1, 3)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 중심을 B_1, 선분 B_1C_1을 반지름으로 하고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 $B_1C_1A_1$을 그린다.

부채꼴 $B_1C_1A_1$의 호 C_1A_1을 삼등분하는 두 점을 각각 E_1, F_1이라 하고, 선분 B_1E_1을 그린다. 점 F_1을 한 꼭짓점으로 하고 부채꼴 $B_1E_1A_1$에 내접하는 정삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 점 D_1과 부채꼴 $B_1C_1A_1$의 호 C_1A_1을 이등분하는 점 B_2를 대각선의 양 끝점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_1$을 그리고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_1$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 정삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은? (단, $\angle A_nB_nE_n = 60^\circ$)

22. $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+3}-2^n}{3^n}$ 의 값을 구하시오.

23. 양의 실수 A에 대하여 $\log A = 2.1673$일 때, A의 값을 구하시오.
(단, $\log 1.47 = 0.1673$으로 계산한다.)

24. 수열 $\{a_n\}$의 첫째 항부터 제n항까지의 합 S_n이
$S_n = n^2 + 2n$일 때, a_{10}의 값을 구하시오.

25. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{1,\ 2\}$에 대하여
$B \subset X \subset A$를 만족시키는 모든 집합 X의 개수를 구하시오.

26. 다항 함수 $f(x)$가
$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2+1}=2, \qquad \lim_{x\to -1}\frac{f(x)}{x+1}=5$$
를 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

27. $-2 \le m \le 2$, $1 \le n \le 16$인 두 정수 m, n에 대하여
$\sqrt[4]{n^m}$이 유리수가 되도록 하는 모든 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하시오.

28. 그림과 같이 점 P$(2,\ 0)$에서 원 $x^2+y^2=2$에 그은 두 접선이 y축과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=kx$가 직선 AP와 만나는 점을 Q라 하자.
삼각형 OQA의 넓이를 S_1, 삼각형 OPQ의 넓이를 S_2, 삼각형 OBP의 넓이를 S_3이라 하자. S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k에 대하여 $100k$의 값을 구하시오. (단, O는 원점, $k>1$이고, 점 A의 y좌표는 양수이다.)

29. 다음과 같이 제n행에 각각 첫째 항이 1이고 공비가 3인 등비수열의 항을 첫째 항부터 차례로 n개 나열한다.

제1행	1
제2행	$1,\ 3$
제3행	$1,\ 3,\ 3^2$
제4행	$1,\ 3,\ 3^2,\ 3^3$
⋮	⋮
제n행	$1,\ 3,\ 3^2,\ 3^3,\ \cdots,\ 3^{n-2},\ 3^{n-1}$

위와 같이 나열할 때, 제n행의 모든 자연수 중에서 5로 나눈 나머지가 3인 자연수의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값을 구하시오.

30. 그림과 같이 함수 $f(x)=\dfrac{k}{x-1}+k\,(k>1)$의 그래프가 있다.

점 $\mathrm{P}(1,\ k)$에 대하여 직선 OP와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A라 하자. 점 P를 지나고 원점으로부터 거리가 1인 직선 l이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 B, x축과 만나는 점을 C라 하자.

삼각형 PBA의 넓이를 S_1, 삼각형 PCO의 넓이를 S_2라 할 때, $2S_1=S_2$이다. 상수 k에 대하여 $10k^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 직선 l은 좌표축과 평행하지 않다.)

(2016학년도 9월 고2 전국연합학력평가 수학 나형)

종합 문제 1회 정답

```
  ⠠⠓⠑⠗ ⠠⠠⠓⠑⠁⠙⠑⠗⠎⠠⠠ ⠠⠓⠑⠁⠙⠑⠗⠎  ⠏
⠕⠋ ⠓⠊⠎ ⠁⠞⠞⠑⠝ ⠠⠙⠕ ⠏ ⠉⠗⠑⠁⠞⠑⠙  ⠠⠠⠓⠑⠁⠙⠑⠗⠎⠠⠠
⠏ ⠓⠁⠙⠙⠑⠝⠑⠙ ⠉⠗⠑⠁⠞⠊⠝⠛ ⠁⠝⠙ ⠓⠊⠎ ⠓⠑⠁⠙ ⠺⠁⠎ ⠁⠇⠗⠑⠁⠙⠽
⠁⠇⠗⠑⠁⠙⠽ ⠙⠕⠝⠑ ⠏ ⠓⠑⠁⠙⠑⠗⠎

  ⠠⠓⠑⠗ ⠓⠁⠙⠙⠑⠝⠑⠙ ⠓⠊⠎ ⠓⠑⠁⠙ ⠁⠝⠙ ⠎⠁⠊⠙
⠠⠓⠑ ⠙⠊⠙ ⠝⠕ ⠠⠠⠓⠁⠙⠙⠑⠝⠑⠙⠠⠠ ⠏ ⠓⠁⠙
⠕⠋ ⠓⠊⠎ ⠓⠁⠝⠙⠎ ⠁⠝⠙ ⠁⠞⠞⠁⠉⠓⠑⠙ ⠞⠕ ⠓⠊⠎
⠓⠑⠁⠙ ⠁⠞ ⠓⠊⠎ ⠓⠊⠏⠎ ⠛⠁⠧⠑ ⠓⠊⠍ ⠁ ⠓⠁⠝⠙
⠁⠝⠙ ⠓⠊⠎ ⠓⠁⠞ ⠕⠝ ⠓⠊⠎
⠓⠑⠁⠙ ⠓⠁⠙
```

종합 문제 2회

1. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+B$의 모든 성분의 합은?

2. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{3x}$의 값은?

3. 함수 $f(x)=\sin x+\sqrt{7}\cos x-\sqrt{2}$의 최댓값은?

4. $\int_0^1 3\sqrt{x}\,dx$의 값은?

5. 좌표 공간에서 두 점 $\mathrm{A}(2,\,a,\,-2)$, $\mathrm{B}(5,\,-3,\,b)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, $a+b$의 값은?

6. 두 일차 변환 f, g를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$이라 하자. 합성 변환 $f\circ g$에 의하여 점 $(1,\,2)$가 점 $(a,\,6)$으로 옮겨질 때, a의 값은?

7. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=3$, $a_2=1$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n)^2$의 값은?

8. 두 사건 A, B에 대하여 A^C과 B는 서로 배반 사건이고

$$\mathrm{P}(A)=2\mathrm{P}(B)=\frac{3}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

9. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{x}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(1+\dfrac{2k}{n}\right)\dfrac{2}{n}$의 값은?

10. 포물선 $y^2=12x$의 초점을 F라 하고, 포물선 위의 한 점 $\mathrm{A}(1,\,2\sqrt{3})$에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.
선분 AF의 길이를 a, 선분 AH의 길이를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

11. 어느 공장에서 생산되는 과자 1봉지의 무게는 평균이 75 g, 표준 편차가 2 g인 정규 분포를 따른다고 한다.
이 공장에서 생산된 과자 중 임의로 선택한 과자 1봉지의 무게가 76 g 이상이고 78 g 이하일 확률을 표준 정규 분포 표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

12. 좌표 공간에서 xy평면 위에 있는 두 점 $\mathrm{A}(4, 0, 0)$, $\mathrm{B}(0, 4, 0)$을 지나는 직선을 l이라 하자. 점 $\mathrm{P}(0, 0, 4)$와 직선 l 사이의 거리는?

13. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\left(\dfrac{a}{3}\right)^{n+k}}{\left(\dfrac{a}{3}\right)^{n+1}+1}$의 값은?

14. 점 P에서 곡선 $y=3^x$에 접하는 직선의 기울기를 m_1, 점 P에서 곡선 $y=a^{x-1}$에 접하는 직선의 기울기를 m_2라 하자. $\dfrac{m_2}{m_1}$의 값은?

15. 어느 학교의 전체 학생 320명을 대상으로 수학 동아리 가입 여부를 조사한 결과 남학생의 60 %와 여학생의 50 %가 수학 동아리에 가입하였다고 한다.
이 학교의 수학 동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 남학생일 확률을 p_1, 이 학교의 수학 동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 여학생일 확률을 p_2라 하자. $p_1 = 2p_2$일 때, 이 학교의 남학생의 수는?

16. 두 이차 정사각 행렬 A, B가

$$A^2 - AB = 3E, \quad A^2B - B^2A = A + B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E는 단위행렬이다.)

<보 기>

ㄱ. A의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $(A+2B)^2 = 24E$

17. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$a_{n+1} = (n+1)S_n + n! \quad (n \geq 1)$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이므로 주어진 식에 의하여

$$S_{n+1} = (n+2)S_n + n! \quad (n \geq 1)$$

이다. 양변을 $(n+2)!$로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{(n+2)!} = \frac{S_n}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

이다. $b_n = \frac{S_n}{(n+1)!}$이라 하면 $b_1 = \frac{1}{2}$이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면

$$b_n = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{(가)}} \times n!$$

이다. 그러므로

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \times (n-1)! \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(7)+g(6)$의 값은?

18. 주머니 속에 1의 숫자가 적혀 있는 공 1개, 2의 숫자가 적혀 있는 공 2개, 3의 숫자가 적혀 있는 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} = 2)$의 값은?

19. 좌표 공간에서 직선 $l: \frac{x}{2} = 6 - y = z - 6$과 평면 α가 점 $\mathrm{P}(2, 5, 7)$에서 수직으로 만난다. 직선 l 위의 점 $\mathrm{A}(a, b, c)$와 평면 α 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}} = 6$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, $a > 0$)

20. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x \tan 2x}{x^2}$의 값은?

21. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?

(가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$이다. (나) 두 점 $\mathrm{B}(1, 0)$과 $\mathrm{C}(2^m, m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

22. 로그 방정식 $\log_2(x+6) = 5$의 해를 구하시오.

23. 함수 $f(x) = \cos x + 4e^{2x}$에 대하여 $f'(0)$의 값을 구하시오.

24. 무리 방정식 $x^2 - 6x - \sqrt{x^2 - 6x - 1} = 3$의 모든 실근의 곱을 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오.

25. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P, 원본 사진과 압축한 사진의 평균 제곱 오차를 E라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 255 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B라 하고, 평균 제곱 오차를 각각 $E_A\,(E_A > 0)$, $E_B\,(E_B > 0)$이라 하자.

$E_B = 100 E_A$일 때, $P_A - P_B$의 값을 구하시오.

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

27. 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{12}=1$의 두 초점을 각각 F, F′이라 하자.

이 타원 위의 점 P가 $\angle \mathrm{FPF}'=\frac{\pi}{2}$를 만족시킬 때, 삼각형 PF′F의 넓이를 구하시오.

28. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=\int_0^x (a-t)e^t\,dt$의 최댓값이 32이다. 곡선 $y=3e^x$과 두 직선 $x=a$, $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

29. 좌표 공간에서 구 $x^2+y^2+z^2=7$과 평면 $y+2z=5$가 만나서 생기는 도형의 xy평면 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\sqrt{5}\pi$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

30. 함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=100\,|f(x)|-\sum_{k=1}^{n}|f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분 가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

(2015학년도 대학수학능력시험 수학 B형 홀수형)

종합 문제 2회 정답

종합 문제 3회

1. $\vec{a}+\vec{b}=(-1,\ 2)+(2,\ -3)=(-1+2,\ 2+(-3))=(1,\ -1)$

2. $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta=-\frac{1}{3}$

3. ${}_3\mathrm{H}_5={}_{3+5-1}\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=\frac{7\times6}{2!}=21$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan x\cos x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\,dx=\left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=\left(-\frac{1}{2}\right)-(-1)=\frac{1}{2}$

5. 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

   $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(B)=\frac{3}{16}$

   $\mathrm{P}(B)=\frac{3}{8}$이므로 $\mathrm{P}(B^C)=\frac{5}{8}$

6. $x=2\sin\theta-1$, $y=4\cos\theta+\sqrt{3}$에서

   $\frac{dx}{d\theta}=2\cos theta$, $\frac{dy}{d\theta}=-4\sin\theta$이므로

   $\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{-4\sin\theta}{2\cos theta}=-2\tan\theta$

   따라서 $\theta=\frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은 $-2\tan\frac{\pi}{3}=-2\sqrt{3}$

7. 점 D에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 D와 직선 BC 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{DH}}$의 길이와 같다.

   $\overline{\mathrm{CD}}=1$이므로

   $\overline{\mathrm{DH}}=\overline{CD}\times\sin(\angle\mathrm{DCH})$

   $=\sin\left(\pi-\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$

$$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

따라서 구하는 거리는 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

8. A, B가 주문한 것이 서로 다른 사건을 X, A, B가 주문한 것이 모두 아이스크림인 사건을 Y라 하자.

$$P(X) = \frac{{}_5C_1 \times {}_4C_1}{{}_5C_1 \times {}_5C_1} = \frac{4}{5},$$

$$P(X \cap Y) = \frac{{}_2C_1 \times {}_1C_1}{{}_5C_1 \times {}_5C_1} = \frac{2}{25}$$

구하는 확률 $P(Y|X)$는 $P(Y|X) = \frac{P(X \cap Y)}{P(X)} = \frac{\frac{2}{25}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{10}$

9. 1인당 수하물 무게를 확률 변수 X라 하면 X는 정규 분포 $N(15, 4^2)$을 따른다. 이때, 크기가 16인 표본의 표본 평균 $\overline{X}$는 정규 분포 $N(15, 1^2)$을 따른다.

$$P(\overline{X} \geq 17) = P\left(Z \geq \frac{17-15}{1}\right) = P(Z \geq 2)$$

$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

10. 신호 전송 범위 d와 수신 신호 강도 R 사이의 관계를 나타낸 그래프에서

$d = 1$일 때 $R = -35$이므로

$-35 = k - 10\log 1^n$, $k = -35$

$d = 10$일 때 $R = -55$이므로

$-55 = -35 - 10\log 10^n$, $n = 2$

수신 신호 강도가 -65일 때

$-65 = -35 - 10\log d^2$

따라서 신호 전송 범위는 $10^{\frac{3}{2}}$

11. 두 평면의 법선 벡터를 각각 $(1,\ \sqrt{2},\ -1)$, $(0,\ 0,\ 1)$이라 하면
두 평면이 이루는 각의 크기 θ에 대하여

$$\cos\theta=\frac{|(1,\ \sqrt{2},\ -1)\bullet(0,\ 0,\ 1)|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2+(-1)^2}\ \sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\frac{|-1|}{2}=\frac{1}{2}$$

따라서 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 표본 비율 $\hat{p}=\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$이고 표본의 크기는 100이므로 출근 소요 시간이 60분 이상 120분 미만인 직원의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰 구간은

$$\frac{4}{5}-1.96\times\sqrt{\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}{100}}\le p\le\frac{4}{5}+1.96\times\sqrt{\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}{100}}$$

$$5000(b-a)=5000\times2\times1.96\times\sqrt{\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}{100}}=5000\times2\times1.96\times\frac{4}{100}=784$$

13. 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는

$f'(x)=e^{x+1}(x^2+3x+1)+e^{x+1}(2x+3)=e^{x+1}(x^2+5x+4)$

함수 $f(x)$가 감소하려면 $f'(x)<0$

$e^{x+1}(x^2+5x+4)<0$에서

$e^{x+1}>0$이므로 $x^2+5x+4<0$

함수 $f(x)$는 $-4<x<-1$에서 감소한다.

따라서 $b-a$의 최댓값은 3이다.

14. $x^2+5xy-2y^2+11=0$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$2x+5y+5x\frac{dy}{dx}-4y\frac{dy}{dx}=0$$

$$(5x-4y)\frac{dy}{dx}=-2x-5y$$

점 $(1,\ 4)$에서의 접선의 기울기는 2이므로 접선의 방정식 $y=2x+2$의 x절편은 -1, y절편은 2이다.

따라서 구하는 넓이는 $\frac{1}{2}\times2\times|-1|=1$

15. 점 A를 지나고 두 직선 AB, BC에 수직인 직선 l은 평면 ABC에 수직이고, C가 구 위의 점이므로

$\angle \mathrm{BCA} = \frac{\pi}{2}$ 즉, $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

삼수선의 정리에 의하여 $\overline{DC} \perp \overline{BC}$이므로

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{\mathrm{BD}}^2 - \overline{\mathrm{CD}}^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$

따라서 구하는 선분 AC의 길이는

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{\mathrm{AB}}^2 - \overline{\mathrm{BC}}^2} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{5}$

16. 점 $(2a-p, a-q)$가 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이므로

$f(p)=q$, $f(2a-p)=a-q$에서

$$\frac{3^{2a-p}}{3^{2a-p}+3} = a-q = a-\frac{3^p}{3^p+3} \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

이다. ㉠은 실수 p의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$p=0$일 때, $\frac{3^{2a}}{3^{2a}+3} = a-\frac{1}{4}$ ····· ㉡

이고,

$p=1$일 때, $\frac{3^{2a}}{3^{2a}+9} = a-\frac{1}{2}$ ····· ㉢

이다. ㉡, ㉢에서 ㉡−㉢을 정리하면

$\frac{6\times 3^{2a}}{(3^{2a}+3)(3^{2a}+9)} = \frac{1}{4}$에서

$(3^{2a}+3)(3^{2a}+9) = 24\times 3^{2a}$

이므로 $3^{2a}=X(X>0)$이라 하면

$(X+3)(X+9)=24X$

$X^2-12X+27=0$

$X=3$ 또는 $X=9$

$3^{2a}=3$ 또는 $3^{2a}=9$

$a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=1$

이다. 이때, ㉢에서 좌변이 양수이므로 $a>\frac{1}{2}$이다.

따라서 $a=1$이다.

그러므로 $g(p)=\frac{3^p}{3^p+3}$, $m=9$, $n=1$

따라서 $(m-n)\times g(2)=(9-1)\times\dfrac{3^2}{3^2+3}=6$

17. 오각기둥의 10개의 꼭짓점 중 임의로 3개를 택하여 삼각형을 만드는 경우의 수는 ${}_{10}\mathrm{C}_3=\dfrac{10\times9\times8}{3!}=120$이다.

i) 면 ABCDE에서 1개, 면 FGHIJ에서 2개의 꼭짓점을 택하는 경우
면 ABCDE에서 1개의 꼭짓점을 택하는 경우의 수는 5이고, 그 각각의 경우에 대하여 면 FGHIJ에서 2개의 꼭짓점을 택하는 경우의 수는 3이므로 곱의 법칙에 의하여

$5\times3=15$

ii) 면 FGHIJ에서 1개, 면 ABCDE에서 2개의 꼭짓점을 택하는 경우
면 FGHIJ에서 1개의 꼭짓점을 택하는 경우의 수는 5이고, 그 각각의 경우에 대하여 면 ABCDE에서 2개의 꼭짓점을 택하는 경우의 수는 3이므로 곱의 법칙에 의하여

$5\times3=15$

i), ii)에서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $15+15=30$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{30}{120}=\dfrac{1}{4}$ 이다.

18. $|\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{\mathrm{HP}}|=|\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{\mathrm{HP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|$ 이므로 $|\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{\mathrm{HP}}|$의 최댓값은 $|\overrightarrow{BP}|$의 최댓값과 같다.
즉, 원 밖의 한 점 B에서 원 위의 점 P에 이르는 거리의 최댓값이다.
따라서 원의 중심을 O라 하면 $|\overrightarrow{BP}|$의 최댓값은
$\overline{\mathrm{BO}}+2=\sqrt{6^2+2^2}+2=2\sqrt{10}+2$

19. $f(2a-x)=f(x)$이므로

$$\int_0^a\{f(2x)+f(2a-x)\}\,dx=\int_0^a f(2x)\,dx+\int_0^a f(x)\,dx$$

$\displaystyle\int_0^a f(2x)\,dx$에서 $2x=t$로 치환하면

$$\int_0^a f(2x)\,dx=\int_0^{2a}f(t)\frac{1}{2}\,dt=\frac{1}{2}\int_0^{2a}f(t)\,dt=\frac{1}{2}\times2\int_0^a f(t)\,dt=8$$

$$\int_0^a f(2x)\,dx+\int_0^a f(x)\,dx=8+8=16$$

20. 접선이 x축과 만나는 점을 A라 하면 $\angle OAP=\frac{\pi}{6}$이고, 직선 OP는 접선과 수직이므로 $\angle POF=\frac{\pi}{3}$

삼각형 POF는 정삼각형이므로

$\angle PFO=\frac{\pi}{3}$, $\overline{PF}=6$

선분 F′F는 지름이므로 직각 삼각형 FPF′에서

$\overline{PF'}=\overline{PF}\times\tan\frac{\pi}{3}=6\sqrt{3}$

따라서 두 점 F, F′은 타원의 초점이므로 타원의 정의에 의해 장축의 길이는 $\overline{PF}+\overline{PF'}=6+6\sqrt{3}$

21. ㄱ. $g(-x)=\frac{\sin f(-x)}{-x}=\frac{\sin f(x)}{-x}=-g(x)$이므로 모든 양의 실수 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$이다. (참)

ㄴ. 함수 $f(x)$가 미분 가능하므로 조건 (다)에서 $\lim_{x\to 0}f(x)=f(0)=0$이고, 조건 (가)에서 $f'(x)=-f'(-x)$이므로 $f'(0)=0$이다.

$\lim_{x\to 0}g(x)=\lim_{x\to 0}\frac{\sin f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin f(x)}{f(x)}\times\frac{f(x)}{x}\right)=1\times f'(0)=0$ (참)

ㄷ. $g(\alpha)=\frac{\sin f(\alpha)}{\alpha}=\frac{1}{\alpha}>0$이고, $\lim_{x\to 0}g(x)=0$이므로 $0<x<\alpha$에서 함수 $g(x)$가 증가하는 구간이 있다.

$g'(x)=\frac{xf'(x)\cos f(x)-\sin f(x)}{x^2}$에서

$g'(\alpha)=\frac{\alpha f'(\alpha)\cos f(\alpha)-\sin f(\alpha)}{\alpha^2}=-\frac{1}{\alpha^2}<0$

그러므로 함수 $g(x)$는 구간 $(0,\alpha)$에서 $\frac{1}{\alpha}$보다 큰 극댓값을 갖는다.

따라서 방정식 $g(x)=\frac{1}{\alpha}$은 $0<x\le\alpha$에서 적어도 2개의 서로 다른 실근을 갖는다.

$g(-x)=-g(x)$이므로 방정식 $g(x)=-\frac{1}{\alpha}$은 구간 $-\alpha\le x<0$에서 적어도 2개의 서로 다른 실근을 가지므로 방정식 $|g(x)|=\frac{1}{\alpha}$은 적어도 4개의 서로 다른 실근을 갖는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

22. $\mathrm{V}(X)=10\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{20}{9}$

$\mathrm{V}(6X)=36\mathrm{V}(X)=36\times\frac{20}{9}=80$

23. $\sin x=t$로 놓으면 $\frac{dt}{dx}=\cos x$이고

$x=\frac{\pi}{6}$일 때 $t=\frac{1}{2}$, $x=\frac{\pi}{2}$일 때 $t=1$이므로

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f'(\sin x)\cos x\,dx=\int_{\frac{1}{2}}^{1} f'(t)\,dt=f(1)-f\left(\frac{1}{2}\right)=6$$

24. 함수 $f(x)=e^{x-1}$에서 $e^{x-1}=1$일 때 $x=1$

즉, $g(1)=1$이다.

따라서 $f'(x)=e^{x-1}$이므로

$$\lim_{h\to 0}\frac{g(1+h)-g(1-2h)}{h}=3g'(1)=\frac{3}{f'(1)}=\frac{3}{e^{1-1}}=3$$

25. 점 I에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\overline{BE}=\overline{BD}=8$이므로

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BI}=|\overrightarrow{\mathrm{BA}}||\overrightarrow{\mathrm{BI}}|\cos(\angle\mathrm{EBI})$

$=|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BE}|=15\times 8=120$

26. ⅰ) 꽃병 A에 장미를 꽂은 경우

꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 카네이션이 a송이, 백합이 b송이라 하면 (a, b)로 가능한 경우의 수는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 6이다.

ⅱ) 꽃병 A에 카네이션을 꽂은 경우

꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 장미가 a송이, 백합이 b송이라 하면 (a, b)로 가능한 경우의 수는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$, $(7, 2)$, $(8, 1)$의 8이다.

ⅲ) 꽃병 A에 백합을 꽂은 경우

꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 카네이션이 a송이, 장미가 b송이라 하면 (a, b)로 가능한 경우의 수는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 6이다.

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 구하는 경우의 수는 $6+8+6=20$

27. 점 P가 선분 BC를 1:2로 내분하는 점이므로 $\triangle ABP = \frac{1}{3} \times \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 27 = 9$

점 Q가 선분 AP를 2:1로 내분하는 점이므로 $\triangle ABQ = \frac{2}{3} \times \triangle ABP = \frac{2}{3} \times 9 = 6$

점 Q가 선분 BH의 중점이므로 $\triangle ABH = 2 \times \triangle ABQ = 2 \times 6 = 12$

삼각형 ABD의 평면 α로의 정사영이 삼각형 ABH이므로 $\triangle ABD \times \cos\theta = \triangle ABH$

에서 $\cos\theta = \frac{12}{35}$

따라서 $p+q=47$

28. 선분 AD의 중점 O는 원의 중심이고, 점 O에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AB} = \overline{BH} = \cos\theta$이므로 $\overline{CH} = 1 - \cos\theta$

$\overline{CA} = \sin\theta$이고 $\overline{CH}^2 = \overline{CA} \times \overline{CD}$이므로

$(1-\cos theta)^2 = \sin\theta \times \overline{CD}$, $\overline{CD} = \frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin\theta}$

$$\lim_{\theta \to 0+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = \lim_{\theta \to 0+} \frac{\frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin\theta}}{\theta^3}$$

$$= \lim_{\theta \to 0+} \frac{(1-\cos\theta)^2(1+\cos\theta)^2}{\theta^3 \sin\theta (1+\cos\theta)^2}$$

$$= \lim_{\theta \to 0+} \frac{(1-\cos^2\theta)^2}{\theta^3 \sin\theta (1+\cos\theta)^2}$$

$$= \lim_{\theta \to 0+} \left(\frac{\sin^3\theta}{\theta^3} \times \frac{1}{(1+\cos\theta)^2} \right) = \frac{1}{4}$$

따라서 $k = \frac{1}{4}$이므로 $100k = 25$

29. 두 벡터 $\overrightarrow{OP}$와 $\overrightarrow{AQ}$의 크기가 일정하므로 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AQ}$는 두 벡터가 이루는 각이 최소일 때 최댓값을 갖는다.

다섯 개의 점 O, A, B, P, Q가 한 평면에 있도록 그림으로 나타내면 다음과 같고 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AQ}$는 $|\overrightarrow{OP}|$와 선분 AQ의 xy평면으로의 정사영의 길이의 곱과 같다.

그림에서 $\angle BAO = \alpha$, $\angle QAB = \beta$, xy평면과 직선 AQ가 이루는 각의 크기를 θ라 하면

$\cos\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \beta\right) = \sin(\alpha+\beta)$이므로 선분 AQ의 xy평면으로의 정사영의 길이는 $|\overrightarrow{AQ}|\sin(\alpha+\beta)$이다.

$\overline{AB}=\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}=6$, $\overline{BQ}=2$이므로

$\overline{AQ}=2\sqrt{10}$

그러므로 $\sin\beta=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos\beta=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

방향 벡터가 $(2, 4, -4)$이고 점 $A(0, 0, 2)$를 지나는 직선 AB의 방정식은 $\frac{x}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z-2}{-4}$ 이다.

이 직선과 xy평면과의 교점을 R라 하면 직선 AB의 방정식에서 $z=0$일 때이므로 점 R의 좌표는 $(1, 2, 0)$이다.

$\overline{AR}=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3$, $\overline{AO}=2$이므로 $\overline{OR}=\sqrt{5}$

그러므로 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$

따라서

$$|\overrightarrow{AQ}|\sin(\alpha+\beta)=2\sqrt{10}\times\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}+\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{10}}{10}\right)=\frac{6\sqrt{5}+4}{3}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AQ}&=|\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{AQ}|\cos\theta\\&=|\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{AQ}|\sin(\alpha+\beta)\\&=3\times\frac{6\sqrt{5}+4}{3}=6\sqrt{5}+4\end{aligned}$$

따라서 $a=4$, $b=6$이므로 $ab=4\times6=24$

30. a_{p+1}부터 a_9까지의 $(9-p)$개의 수 중에서 최솟값은 a_q, 즉 $a_q=1$, 9는 $a_p=8$보다 큰 수이므로 최댓값은 $a_9=9$이다.

ⅰ) 첫 번째와 p번째 사이의 공을 꺼내는 경우의 수는 $a_1=2$, $a_p=8$, $a_q=1$, $a_9=9$가 적힌 공을 제외한 5개의 공 중에서 $(p-2)$개의 공을 꺼내는 조합의 수이므로 ${}_5\mathrm{C}_{p-2}$이다.

ⅱ) ⅰ)에서 남아 있는 공 중 p번째와 q번째 사이의 공을 꺼내는 경우의 수는 $a_q=1$, $a_9=9$가 적힌 공을 제외한 $(9-p-2)=(7-p)$개의 공 중에서 $(q-p-1)$개의 공을 꺼내는 조합의 수이므로 ${}_{7-p}\mathrm{C}_{q-p-1}$이다.

ⅲ) ⅰ)과 ⅱ)의 과정을 거치면 q번째와 9번째 사이의 공은 정해진다.

이때, p가 정해지면 q가 취할 수 있는 값은 $p+1$부터 8까지이므로 ⅱ)에 의해

$$\sum_{q=p+1}^{8}{}_{7-p}\mathrm{C}_{q-p-1}$$

$q-p-1=k$로 놓으면 $q=p+1$일 때 $k=0$이고,

$q=8$일 때 $k=7-p$이므로

$$\sum_{q=p+1}^{8} {}_{7-p}\mathrm{C}_{q-p-1} = \sum_{k=0}^{7-p} {}_{7-p}\mathrm{C}_{k} = (1+1)^{7-p} = 2^{7-p}$$

p의 값은 2부터 7까지 취할 수 있다.

그러므로 구하는 값은 ⅰ)에 의해 $\sum_{p=2}^{7} {}_{5}\mathrm{C}_{p-2} 2^{7-p}$

따라서 $p-2=r$로 놓으면 $p=2$일 때 $r=0$이고, $p=7$일 때 $r=5$이므로

$$\sum_{p=2}^{7} {}_{5}\mathrm{C}_{p-2} 2^{7-p} = \sum_{r=0}^{5} {}_{5}\mathrm{C}_{r} 2^{5-r} = (2+1)^{5} = 243$$

(2016학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 가형 해설)

종합 문제 3회 정답

⠠⠓⠊⠎ ⠉⠕⠥⠗⠎⠑ ⠓⠁⠙ ⠛⠕⠝⠑ ⠕⠝ ⠞⠓⠁⠞ ⠙⠁⠽
⠛⠕⠞ ⠁ ⠙⠊⠋⠋⠊⠉⠥⠇⠞ ⠛⠗⠁⠙⠑ ⠋⠗⠕⠍ ⠎⠉⠓⠕⠕⠇⠲
⠠⠞⠓⠑⠽ ⠁ ⠙⠊⠎⠉⠥⠎⠎ ⠞⠓⠑⠍
⠠⠞⠓⠑⠽⠀⠓⠁⠙⠀⠙⠊⠋⠋⠊⠉⠥⠇⠞⠽⠀⠎⠏⠑⠁⠅⠊⠝⠛⠲
⠠⠞⠓⠑⠽⠀⠓⠁⠙⠀⠙⠊⠋⠋⠊⠉⠥⠇⠞⠽⠀⠎⠏⠑⠁⠅⠊⠝⠛⠀⠞⠕⠀⠞⠓⠑⠍⠀⠁⠇⠕⠝⠑⠲
⠠⠺⠓⠁⠞⠀⠙⠊⠙⠀⠽⠕⠥⠀⠞⠓⠊⠝⠅⠀⠁⠃⠕⠥⠞⠀⠞⠓⠁⠞⠀⠙⠁⠽⠀⠺⠓⠑⠝⠀⠽⠕⠥⠀⠋⠊⠗⠎⠞⠀⠍⠑⠞⠀⠓⠊⠍

⠠⠓⠠⠠⠠
⠀⠀⠠⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠
⠠⠠⠠⠠⠠
⠀⠀⠠⠠⠠⠠⠠

⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠
⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠
⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠ ⠠⠠⠠⠠

[부록 2]

2017년 수학 점자 규정 신구 대조표

현행	개정 후
제1항 숫자는 수표(⠼, 3-4-5-6점)를 앞세워 다음과 같이 적는다. [붙임] 수의 세 자리마다 반점이 있을 때에는 반점을 나타내는 점자(⠂, 2점)를 적는다.	제1항 숫자는 수표(⠼)를 앞세워 다음과 같이 적는다. [붙임] 수의 세 자리마다 표기되어 있는 쉼표는 ⠐으로 적는다.
제4항 (중략) 1. '같지 않다(≠)'는 ⠨⠅(4-6점, 2-5점)으로 적는다. y≠0 ⠼⠽⠨⠅⠼ (하략)	제4항 (중략) 1. '같지 않다(≠)'는 ⠠⠨⠅으로 적는다. y≠0 ⠼⠽⠠⠨⠅⠼ (하략)
제5항 (중략) 3m ⠼⠉⠍ 4cm ⠼⠙⠉⠍ 	제5항 (중략) 3m ⠼⠉⠍ 4cm ⠼⠙⠉⠍ 1m는 100cm이다. ⠼⠁⠍⠐⠼⠁⠚⠚⠉⠍⠊⠹⠲
제5항 (중략) [다만] 혼동의 우려가 있을 경우에는 띄어 쓴다('한글 점자' 제38항 참조). (하략)	제5항 (중략) (삭제) (하략)
제5항 (중략) 3. 지수가 포함된 단위는 문자 앞에 지수를 적고, 한글이 포함된 단위는 한글 부분을 ⠰⠰(3-6점, 3-6점)으로 묶는다. 2 킬로미터 퍼 시: 2km/시 ⠼⠃⠅⠍⠻⠍⠊ (하략)	제5항 (중략) 3. 지수가 포함된 단위는 문자 뒤에 지수를 적는다. 한글이 포함된 단위는 한글 부분을 ⠰⠰ ⠰⠰으로 묶는다. 2 킬로미터 퍼 시: 2km/시 ⠼⠃⠅⠍⠻⠍⠊ (하략)
제5항 (중략) 4. 일반적으로 쓰이는 아래의 단위들은 다음과 같이 적는다. 3 미터: 3m ⠼⠉⠍ 4 센티미터: 4cm ⠼⠙⠉⠍ 5 밀리미터: 5mm ⠼⠑⠍⠍ 6 킬로미터: 6km ⠼⠋⠅⠍	제5항 (중략) 4. 일반적으로 쓰이는 아래의 단위들은 다음과 같이 적는다. 5 제곱미터: $5m^2$ ⠼⠑⠰⠍⠘⠼⠃ 7 제곱센티미터: $7cm^2$ ⠼⠛⠰⠉⠍⠘⠼⠃

현행	개정 후
5 제곱미터: 5m2 7 제곱센티미터: 7cm2 7 센티미터 퍼 세크: 7cm/sec 8 킬로미터 퍼 시: 8km/시 6 퍼센트: 6% 2년 3자루 (하략)	7 센티미터 퍼 세크: 7cm/sec 8 킬로미터 퍼 시: 8km/시 (하략)
제5항 (중략) 5. 도(°).분(′).초(″)는 다음과 같이 적는다. 도(°) 분(′) 초(″) [다만] 도.분.초를 나타내는 단위는 숫자 다음에 쓴다. 6° 12′ 30″ (하략)	제5항 (중략) 도(°)·분(′)·초(′′)는 다음과 같이 적는다. 도(°) 분(′) 초(′′) [다만] 도·분·초를 나타내는 단위는 숫자 다음에 쓴다. 6° 12′ 30′′ (하략)
제5항 (중략) [붙임] 단위가 순차적으로 내려갈 때에는 도(°)(3-5-6점, 1-4-5점) 단위만 적고 그 다음에는 칸을 띄지 않고 숫자만 적는다. 5° 10′15″	제5항 (중략) (삭제)
제6항 분수표(-)는 (3-4점)으로 적되, 그 구체적인 사용 방법은 다음과 같다. 1. 분수는 분모, 분수표, 분자순으로 적는다. $\frac{3}{4}$ $3\frac{1}{6}$ [다만] 분수를 간단히 표시할 때에는 수표 다음에 분모를 한 단 내려 적되, 분자는 내려 적지 않는다.	제7항 분수 표(—)는 으로 적는다. 1. 분수는 분모, 분수 표, 분자의 순서로 적는다. $\frac{3}{4}$ $3\frac{1}{6}$ (삭제)

현행	개정 후
$\frac{2}{5}$ ⠼⠃⠸⠼⠑	
제6항 3. 분모나 분자의 곱, 또는 다항식은 소괄호(⠣⠜, 2-3-6점, 3-5-6점)로 묶어 나타낸다. $x+\frac{1}{y}$ ⠭⠐⠼⠁⠸⠽ $\frac{1}{x+y}$ ⠼⠁⠸⠣⠭⠐⠽⠜ $\frac{1}{ab}$ ⠼⠁⠸⠁⠃ $2^{\frac{x+1}{3}}$ ⠼⠃⠘⠣⠭⠐⠼⠁⠸⠼⠉⠜	제7항 3. 분모나 분자의 곱, 또는 다항식은 묶음 괄호⠸⠣ ⠸⠜로 묶어 나타낸다. $x+\frac{1}{y}$ ⠭⠐⠼⠁⠸⠽ $\frac{1}{x+y}$ ⠼⠁⠸⠣⠭⠐⠽⠜ $\frac{1}{ab}$ ⠼⠁⠸⠁⠃ $2^{\frac{x+1}{3}}$ ⠼⠃⠘⠣⠭⠐⠼⠁⠸⠼⠉⠜
제7항 소수는 다음과 같이 적는다. 1. 소수점(.)은 ⠲(3점)으로 적는다. 0.17 ⠼⠚⠲⠁⠛ .47 ⠲⠙⠛ 2. 순환소수는 순환 마디 앞에 소수점 기호를 적어 나타낸다. $0.\dot{6}$ ⠼⠚⠲⠈⠋ $0.7\dot{3}\dot{9}$ ⠼⠚⠲⠛⠈⠉⠊ $0.\dot{1}2\dot{3}$ ⠼⠚⠲⠁⠃⠈⠉ .$\dot{9}$ ⠲⠈⠊	제8항 소수는 다음과 같이 적는다. 1. 소수점(.)은 ⠲으로 적는다. 0.17 ⠼⠚⠲⠁⠛ .47 ⠲⠙⠛ 2. 순환 소수는 순환 마디 앞에 ⠈를 적어 나타낸다. $0.\dot{6}$ ⠼⠚⠲⠈⠋ $0.7\dot{3}\dot{9}$ ⠼⠚⠲⠛⠈⠉⠊ $0.\dot{1}2\dot{3}$ ⠼⠚⠲⠁⠃⠈⠉ .$\dot{9}$ ⠲⠈⠊
제8항 괄호와 묶음표는 다음과 같이 적는다. 1. 괄호는 다음과 같이 적는다. 소괄호( ) ⠣ ⠜ 중괄호{ } ⠸⠣ ⠸⠜ 대괄호〔 〕 ⠨⠣ ⠨⠜ 큰대괄호[ ] ⠸⠨⠣ ⠸⠨⠜ 문장 속의 소괄호( ) ⠣ ⠜ 58－(17＋14) ⠼⠑⠓⠤⠣⠁⠛⠐⠼⠁⠙⠜ (원의 면적(S)) ＝(반지름)×(반지름)×3.14 ⠣⠧⠕⠺ ⠍⠁⠵⠊⠉⠣⠍⠁⠵⠊⠉⠜⠦⠼⠉⠲⠁⠙ ⠣⠧⠕⠺ ⠍⠁⠵⠊⠉⠣⠍⠁⠵⠊⠉⠜⠦⠼⠉⠲⠁⠙	제6항 괄호와 묶음 괄호는 다음과 같이 적는다. 1. 괄호는 다음과 같이 적는다. 소괄호( ) ⠣ ⠜ 중괄호{ } ⠸⠣ ⠸⠜ 대괄호〔 〕 ⠨⠣ ⠨⠜ 문장 속의 소괄호( ) ⠣ ⠜ 58－(17＋14) ⠼⠑⠓⠤⠣⠁⠛⠐⠼⠁⠙⠜ (원의 면적(S))＝(반지름)×(반지름)×3.14 ⠣⠧⠕⠺ ⠍⠁⠵⠊⠉⠣⠍⠁⠵⠊⠉⠜⠦⠼⠉⠲⠁⠙ ⠣⠧⠕⠺ ⠍⠁⠵⠊⠉⠣⠍⠁⠵⠊⠉⠜⠦⠼⠉⠲⠁⠙ (하략)

현행	개정 후
(하략)	
제8항 (중략) 2. 연립식의 묶음표는 ⠸⠣ ⠸⠜(2-3-5-6점, 3점, 6점, 2-3-5-6점)으로 적는다. $\begin{cases} x+y=5 & \cdots ① \\ x-y=1 & \cdots ② \end{cases}$ ⠸⠣⠭⠬⠽⠨⠅⠴ ⠠⠠⠠ ⠸⠜ ⠸⠣⠭⠤⠽⠨⠅⠂ ⠠⠠⠠ ⠸⠜⠄⠢	제6항 (중략) 2. 묶음 괄호는 단항의 곱, 다항 등을 묶어 표현해야 할 경우에 사용하는 기호로 점자에서만 사용하고, ⠸⠣ ⠸⠜으로 적는다. $\frac{1}{ab}$ ⠸⠣⠁⠃⠸⠜ $\sqrt{xy}$ ⠸⠣⠭⠽⠸⠜ $\log_a \frac{u}{v}$ ⠸⠣⠇⠕⠛⠰⠁⠸⠜⠸⠣⠥⠌⠧⠸⠜ $\sin \frac{x}{6}$ ⠸⠣⠎⠊⠝⠸⠣⠭⠌⠖⠸⠜⠸⠜ 3. 연립식의 묶음표는 ⠸⠣ ⠸⠜으로 적는다. $\begin{cases} x+y=5 & \cdots ① \\ x-y=1 & \cdots ② \end{cases}$ ⠸⠣⠭⠬⠽⠨⠅⠴ ⠠⠠⠠ ⠸⠜ ⠸⠣⠭⠤⠽⠨⠅⠂ ⠠⠠⠠ ⠸⠜⠄⠢
제8항 (중략) [다만] 어구나 문장 속의 소괄호는 빈칸으로도 표시한다. 이 관계를 x는 y의 ( )라고 한다. ⠴ ⠠⠣⠭⠒⠽⠒⠨⠅ ⠸⠜⠨⠅ ⠠⠠⠠ ⠸⠜⠨⠅ ⠴ ⠠⠠⠠⠄⠲ ⠠⠠⠒⠠⠠ [붙임] 빈칸이 이어질 때에는 다음과 같이 적는다. 빈칸이 둘일 경우: ( )( ) ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ 빈칸이 셋일 경우: ( )( )( ) 또는 □□□ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ (하략)	제8항 (중략) (삭제) (하략)
제10항 화살표는 다음과 같이 적는다. 오른쪽 화살표(→) ⠠⠒⠕ 왼쪽 화살표(←) ⠕⠒⠠ 양쪽 화살표(↔) ⠕⠒⠕	제10항 화살표는 다음과 같이 적는다. 오른쪽 화살표(→) ⠠⠒⠕ 왼쪽 화살표(←) ⠕⠒⠠ 양쪽 화살표(↔) ⠕⠒⠕

현행	개정 후
(하략)	밑으로 향한 화살표(↓) ⠳⠩⠳ 위로 향한 화살표(↑) ⠳⠩⠳ 오른쪽 위로 향한 화살표(↗) ⠳⠳ 왼쪽 아래로 향한 화살표(↙) ⠳⠳ (하략)
제11항 수의 성질을 나타내는 부호 중 양의 부호(+)는 ⠳⠩(4-5점, 2-6점)으로 적고, 음의 부호(-)는 ⠳⠭(4-5점, 3-5점)으로 적는다.	(삭제)
제12항 내지표(~)는 ⠳⠳⠳(3-6점, 3-6점)으로 적는다. x~y ⠭⠳⠳⠳⠭	제11항 내지 표(~)는 ⠳⠳으로 적는다. $x \sim y$ ⠭⠳⠳⠳⠭
제13항 로마자는 다음과 같이 적는다. (하략)	제12항 로마자는 다음과 같이 적는다. (하략)
제13항 (중략) 1. 수식에 쓰인 로마자 소문자는 수식의 앞뒤를 두 칸씩 띄고, 소문자 기호는 생략한다. $ax+b=0$ ⠰⠭⠳⠰⠭⠳⠳⠳⠰⠿⠳⠳ (하략)	제12항 (중략) 1. 수식에 사용하는 로마자는 수식의 앞뒤를 두 칸씩 띄어 적되, 로마자 표 ⠰은 적지 않는다. $ax+b=0$ ⠰⠭⠳⠰⠭⠳⠳⠳⠰⠿⠳⠳ (하략)
제13항 (중략) 2. 국어 문장 중에 로마자가 있을 때에는 그 문자 앞에 ⠰(3-5-6점)을 적고, 콤마는 적지 않는다. 다음 a, b에 대하여 ⠰⠫⠳⠰⠫ ⠰⠫ ⠰⠫ ⠳ ⠰⠫⠳⠰⠫ (하략)	제12항 (중략) 2. 한글 문장 중에 로마자가 있을 때에는 그 문자 앞에 ⠰을 적고, 쉼표는 ⠰으로 적는다. 이 경우 로마자 종료표는 적지 않고 한 칸 띈다. 다음 a, b에 대하여 ⠰⠫⠳⠰⠫ ⠰⠫⠳ ⠰⠫ ⠳ ⠰⠫⠳⠰⠫ (하략)
제13항 (중략)	제12항 (중략)

현행	개정 후
[다만] 곱셈 기호가 생략된 수식에서는 숫자와 숫자 사이, 항과 항 사이, 숫자와 로마자 사이는 칸을 띄지 않고 ⠤(5점)을 적는다. [붙임] 여기에 해당하는 로마자는 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j이다. $f \cdot g(f \times g)$ ⠿⠤⠿⠿⠤⠿⠿ 8·9 ⠼⠦⠤⠼⠊ $3ab$ ⠼⠉⠁⠃	[다만] 곱셈 기호가 생략된 수식에서는 숫자와 숫자 사이, 항과 항 사이, 숫자와 로마자 사이는 칸을 띄지 않고 ⠤을 적는다. [붙임] 여기에 해당하는 로마자는 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j이다. (삭제) $3ab$ ⠼⠉⠁⠃
제14항 그리스 문자는 다음과 같이 적는다. 다만, 대문자는 ⠨(4-6점)을, 소문자는 ⠈(4점)을 해당 문자 앞에 적어 나타낸다. 이요타(Iota)	제13항 그리스 문자는 다음과 같이 적는다. 다만, 대문자는 ⠨을, 소문자는 ⠈을 해당 문자 앞에 적어 나타낸다. 요타(Iota)
제15항 로마 숫자는 그 앞에 ⠼(3-5-6점)과 ⠴(6점)을 차례로 적어 나타낸다. Ⅰ Ⅱ Ⅲ Ⅳ Ⅴ ⠼⠴⠊ ⠼⠴⠊⠊ ⠼⠴⠊⠊⠊ ⠼⠴⠊⠢ ⠼⠴⠢ Ⅵ Ⅶ Ⅷ Ⅸ Ⅹ ⠼⠴⠢⠊ ⠼⠴⠢⠊⠊ ⠼⠴⠢⠊⠊⠊ ⠼⠴⠊⠣ ⠼⠴⠣ XV XX ⠼⠴⠣⠢ ⠼⠴⠣⠣ XV+XX=XXXV ⠴⠣⠢ ⠔ ⠴⠣⠣ ⠒⠒ ⠴⠣⠣⠣⠢	제14항 로마 숫자는 한글 점자 규정에 준하여 적되, 수식으로 적용될 때에는 로마자 표 ⠼을 적지 않는다. i ii iii ⠊ ⠊⠊ ⠊⠊⠊ Ⅰ Ⅱ Ⅲ ⠼⠴⠊ ⠼⠴⠊⠊ ⠼⠴⠊⠊⠊ Ⅳ Ⅴ ⠼⠴⠊⠢ ⠼⠴⠢ Ⅵ Ⅶ Ⅷ ⠼⠴⠢⠊ ⠼⠴⠢⠊⠊ ⠼⠴⠢⠊⠊⠊ Ⅸ Ⅹ ⠼⠴⠊⠣ ⠼⠴⠣ XV XX ⠼⠴⠣⠢ ⠼⠴⠣⠣ XV+XX=XXXV ⠴⠣⠢⠔⠴⠣⠣⠒⠒⠴⠣⠣⠣⠢
제16항 연산 기호는 다음과 같이 적는다.	제15항 연산 기호는 다음과 같이 적는다.
제16항 (중략) 1. 사칙 연산 기호는 다음과 같이 사용한다. 1) 숫자와 문자의 곱에서 로마자 소문자	제15항 (중략) 1. 점으로 표현된 곱셈표는 "을 적는다. $f \cdot g(f \times g)$ ⠿⠤⠿⠿⠤⠿⠿ 6·9 ⠼⠋⠤⠼⠊

현행	개정 후
를 혼동할 우려가 있을 때에는 숫자와 문자 사이에 ⠒(5점)을 적는다. $7ax$ ⠼⠛⠒⠁⠭ 2) 점으로 나타낸 곱셈표도 "(5점)으로 적는다. $6 \cdot 9$ ⠼⠋⠐⠄⠼⠊ (하략)	(하략)
제17항 진법의 수는 소괄호(⠦ ⠴, 3-6점, 3-6점) 안에 수표 없는 내림 숫자를 적어 표시한다. 이진법의 수 $1101_{(2)}$ ⠦⠼⠁⠚⠁⠁⠴⠢ ⠅⠃ ⠦⠼⠁⠁⠁⠁⠴⠢⠼⠃ 오진법의 수 $324_{(5)}$ ⠦⠼⠉⠃⠙⠴⠢ ⠅⠃ ⠦⠼⠉⠃⠙⠴⠢⠼⠑	제16항 진법의 수는 아래 첨자로 소괄호⠦ ⠴안에 숫자를 적는다. 이진법의 수 $1101_{(2)}$ ⠦⠼⠁⠚⠁⠁⠴⠢ ⠅⠃ ⠦⠼⠁⠁⠁⠁⠴⠢⠼⠃ 오진법의 수 $324_{(5)}$ ⠦⠼⠉⠃⠙⠴⠢ ⠅⠃ ⠦⠼⠉⠃⠙⠴⠢⠼⠑
제18항 프라임(′)은 ⠔(3-6점)으로 적는다.	제17항 프라임(′)은 ⠔으로 적는다.
제19항 밑줄(_)은 ⠸⠤(6점, 3-6점)으로 적는다.	제18항 밑줄(_)은 ⠸⠤으로 적는다.
제20항 지수와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.	제19항 위 첨자와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.
제20항 (중략) 1. 지수 기호는 ⠰(4-5점)으로 적는다. a^k ⠁⠰⠅ (하략)	제19항 (중략) 1. 지수는 위 첨자 ⠰으로 적는다. a^k ⠁⠰⠅ 8^2 ⠼⠓⠰⠼⠃ c^2 ⠉⠰⠼⠃ $(-3)^3$ ⠦⠤⠼⠉⠴⠰⠼⠉ y^3 ⠽⠰⠼⠉ 2^4 ⠼⠃⠰⠼⠙ x^7 ⠭⠰⠼⠛ x^{-1} ⠭⠰⠤⠼⠁ (하략)
제20항 (중략) 2. 평방 또는 제곱(자승, ^{2})은 ⠆(1-2-6점)으로 적는다. 8^2 ⠼⠓⠆⠼⠃ c^2 ⠉⠆⠼⠃	제20항 (중략) 2. 왼쪽 위 첨자는 ⠰과 첨자 내용을 먼저 적고 본 문자를 적는다. 첨자 내용은 모두 묶음 괄호로 묶어 적는다. $^{◎}a$ ⠰⠦⠴⠁

현행	개정 후
(하략)	(하략)
제20항 (중략) 3. 세제곱(3승, ^{3})은 ⠨(1-4-6점)으로 적는다. $(-3)^3$ ⠣⠤⠼⠉⠜⠔ y^3 ⠽⠨⠼⠉	(삭제)
제20항 (중략) [붙임 1] 지수가 네제곱 이상일 때에는 밑수 다음에 지수 기호를 적고 숫자나 문자를 쓴다. 2^4 ⠼⠃⠨⠼⠙ x^7 ⠭⠨⠼⠛	(삭제)
제20항 (중략) [붙임 2] 지수가 -1 제곱(역수)일 때에는 ⠨(1-5-6점)을 밑수 뒤에 적어 표시한다. x^{-1} ⠭⠨⠤⠼⠁	(삭제)
제20항 (중략) [붙임 3] 그 밖에 지수와 관련된 식의 표현은 다음과 같다. x^{7+9} ⠭⠨⠼⠛⠬⠼⠊ a^{3m+2n} ⠁⠨⠼⠉⠍⠬⠼⠃⠝ $x^{0.3}$ ⠭⠨⠼⠚⠲⠼⠉ $2^{2(m+n)}$ ⠼⠃⠨⠼⠃⠦⠍⠬⠝⠴ $\frac{1}{3^x}$ ⠼⠁⠌⠼⠉⠨⠭ $3^{\frac{1}{4}}$ ⠼⠉⠨⠼⠁⠌⠼⠙	제19항(중략) [붙임] 지수가 분수, 곱, 다항식 등일 때에는 묶음 괄호로 묶어 적는다. x^{7+9} ⠭⠨⠦⠼⠛⠬⠼⠊⠴ a^{3m+2n} ⠁⠨⠦⠼⠉⠍⠬⠼⠃⠝⠴ $x^{0.3}$ ⠭⠨⠦⠼⠚⠲⠼⠉⠴ $2^{2(m+n)}$ ⠼⠃⠨⠦⠼⠃⠦⠍⠬⠝⠴⠴ $\frac{1}{3^x}$ ⠼⠁⠌⠼⠉⠨⠭ $3^{\frac{1}{4}}$ ⠼⠉⠨⠦⠼⠁⠌⠼⠙⠴
제21항 서픽스는 다음과 같이 적는다.	제20항 아래 첨자와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.
제21항 (중략) 서픽스는 다음과 같이 적는다. 1. 숫자 서픽스는 본수 다음에 ⠡(6점)을 적고, 그 뒤에 수표 없는 내림 숫자를 적되, 앞뒤 관계에서 혼동의 우려가 없을 경우에는 ⠡(6점)을 생략할 수 있다. n_3 ⠝⠡⠼⠉ 또는 ⠝⠼⠉	제20항 (중략) 1. 아래 첨자는 아래 첨자 기호 ⠢을 적고, 본 내용을 적는다. n_3 ⠝⠢⠼⠉ x_2 ⠭⠢⠼⠃ a_n ⠁⠢⠝

현행	개정 후
x_2 ⠰⠭⠢⠆ 또는 ⠰⠭⠢ (하략)	(하략)
제21항 (중략) 2. 문자 서픽스는 ;(5-6점)을 적는다. a_n ⠰⠁⠢⠝⠆ (하략)	제20항 (중략) 2. 왼쪽 아래 첨자는 아래 첨자 기호 ⠢과 첨자 내용을 먼저 적고, 본 문자를 적는다. 첨자 내용은 모두 묶음 괄호로 묶어 적는다. ${}_n a$ ⠢⠷⠝⠐⠁⠾ ${}_2 a$ ⠢⠷⠼⠃⠐⠁⠾ (하략)
3. 분수 서픽스는 ⠌(6점)을 적고, 분모는 한 단 내려 적는다. $x_{\frac{1}{6}}$ ⠰⠭⠢⠼⠁⠌⠼⠋⠆	(삭제)
4. 소수 서픽스는 ⠲(6점)을 적고, 수표 없는 내림 숫자를 적는다. $x_{0.5}$ ⠰⠭⠢⠼⠚⠲⠑⠆	(삭제)
제21항 (중략) [붙임 1] 서픽스가 곱, 다항식 등일 때에는 괄호로 묶어 나타낸다. a_{n+3} ⠰⠁⠢⠷⠝⠐⠼⠉⠾⠆ a_{m+n} ⠰⠁⠢⠷⠍⠐⠝⠾⠆ S_{2a} ⠰⠎⠢⠷⠼⠃⠁⠾⠆	제20항 (중략) [붙임] 아래 첨자가 분수, 곱, 다항식 등일 때에는 묶음 괄호로 묶어 적는다. $x_{\frac{1}{6}}$ ⠰⠭⠢⠷⠼⠁⠌⠼⠋⠾⠆ $x_{0.5}$ ⠰⠭⠢⠼⠚⠲⠑⠆ a_{n+3} ⠰⠁⠢⠷⠝⠐⠼⠉⠾⠆ a_{m+n} ⠰⠁⠢⠷⠍⠐⠝⠾⠆ S_{2a} ⠰⠎⠢⠷⠼⠃⠁⠾⠆
[붙임 2] 서픽스가 + 기호, 또는 − 기호를 만나 혼동의 우려가 있을 때에는 + 기호 또는 − 기호의 앞뒤를 한 칸씩 띈다.	(삭제)

현행	개정 후
$a_1+a_2+a_3$ ⠀⠀⠀

현행	개정 후
$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.732$ ⠨⠜⠼⠁⠲⠼⠛⠉⠃	
제35항 ‘평균값($\overline{\ }$)’은 ⠨⠉(4점, 1-4점)으로 적되, 편차 기호로도 사용한다.	제84항 평균값($\overline{\ }$)은 ⠨⠉으로 적되, 편차 기호로도 사용한다.
제36항 관계 기호는 다음과 같이 나타낸다.	제37항 관계 기호는 다음과 같이 나타낸다.
제37항 생략부는 다음과 같이 적는다.	제38항 생략부는 다음과 같이 적는다.
제38항 ‘알레프 제로($\aleph_0$)’는 ⠨⠠⠉(1-2-3-5점, 1-2-4점, 2-4-5점)으로 적는다. $\aleph_0(a)$: 가부번의 농도 ⠨⠠⠉⠣⠁⠜⠒ ⠠⠛⠕⠃⠥⠝⠊ ⠝⠕⠙⠕	제71항 ‘알레프 제로($\aleph_0$)’는 ⠨⠠⠉를 적고 0은 아래 첨자로 적는다. $\aleph_0(a)$: 가부번의 농도 ⠨⠠⠉⠣⠁⠜⠒ ⠠⠛⠕⠃⠥⠝⠊ ⠝⠕⠙⠕
제39항 ‘알레프($\aleph$)’는 ⠨⠠⠉(1-2-3-5점, 1-2-4점)으로 적는다.	제70항 ‘알레프($\aleph$)’는 ⠨⠠⠉으로 적는다.
제40항 ‘기수(샤프) 기호(#)’는 ⠠⠉(1-2-4-5-6점)으로 적는다.	제39항 ‘기수(샤프) 기호(#)’는 ⠠⠉으로 적는다.
제41항 함수와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.	제58항 함수와 관련된 기호는 다음과 같이 적는다.
제42항 대수표(log)는 ⠇(4-5-6점)으로 적는다.	제59항 로그(log)는 ⠇으로 적는다.
제43항 대수 지표는 다음과 같이 적는다.	(삭제)
제44항 수열($\{a_n\}$)은 ⠨⠇⠣⠁⠰⠝⠜⠒(2-3-5-6점, 1점, 5-6점, 1-3-4-5점, 2-3-5-6점)으로 적는다.	제26항 수열($\{a_n\}$)은 ⠨⠇⠣⠁⠰⠝⠜⠒으로 적는다.
제45항 무한대(∞)는 ⠿(1-2-3-4-5-6점)으로 적는다.	제63항 무한대(∞)는 ⠿으로 적는다.
제46항 총합(Σ)은 ⠇⠇(4-6점, 2-3-4점)으로 적되, 범위의 시작은 ⠇(5-6점)으로 하고 끝은 한 칸을 띄어 나타낸다. $\sum_{k=0}^{\infty} k$ ⠇⠣⠅⠒⠴⠒⠿⠜ ⠅ ⠇	제27항 총합(Σ)은 ⠇⠇으로 적되, 범위의 시작은 ⠇으로 하고 끝은 한 칸을 띄어 적는다. 본식은 범위 다음에 칸을 띄어 적는다. $\sum_{k=0}^{\infty} k$ ⠇⠣⠅⠒⠴⠒⠿⠜ ⠅ ⠇

현행	개정 후
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ⠠⠎⠥⠍⠷⠝⠀⠁⠣⠝⠜ ⠶ ⠠⠊⠝⠋ $\sum \frac{1}{n}$ ⠠⠎⠥⠍⠷⠝⠀⠁⠣⠝⠜	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ⠠⠎⠥⠍⠷⠝⠀⠁⠣⠝⠜ ⠶ ⠠⠊⠝⠋ $\sum \frac{1}{n}$ ⠠⠎⠥⠍⠷⠝⠀⠁⠣⠝⠜
제47항 극한(lim)은 ⠠⠇⠊⠍(1-2-3점, 2-4점, 1-3-4점)으로 적고 문자 서픽스를 나타낸 후 한 칸을 띈다. $\lim_{x \to b} g(x)$ ⠠⠇⠊⠍⠷⠭⠀⠳⠃⠜⠀⠛⠣⠭⠜ $\lim_{x \to \infty} f(x)$ ⠠⠇⠊⠍⠷⠭⠀⠳⠤⠤⠜⠀⠋⠣⠭⠜ $\lim_{a \to 0} \frac{\log(a+1)}{a}$ ⠠⠇⠊⠍⠷⠁⠀⠳⠴⠜⠀⠠⠇⠕⠛⠣⠁⠐⠼⠁⠜⠌⠁ $\lim_{x \to \pm\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ ⠠⠇⠊⠍⠷⠭⠀⠳⠤⠐⠖⠤⠤⠜⠀⠠⠑⠣⠭⠜ ⠠⠠⠠

현행	개정 후
제50항 조합($_nC_r$)은 ⠰⠉⠢⠰⠗⠱ ⠠⠒⠠⠒ (1-4점, 2-3-6점, 1-3-4-5점, 1-2-3-5점, 3-5-6점)으로 적는다. $_3C_2$ ⠰⠉⠢⠼⠃⠱ ⠼⠃⠠⠒⠠⠒ $_{n-1}C_{r-1}$ ⠰⠉⠢⠰⠝⠤⠂⠗⠤⠂⠱ ⠠⠒⠠⠒⠠⠒⠠⠒ $2_{n-1}C_{r-1}$ ⠼⠃⠰⠉⠢⠰⠝⠤⠂⠗⠤⠂⠱ ⠠⠒⠠⠒⠠⠒⠠⠒ $_nC_r^2$ ⠰⠉⠢⠰⠗⠱⠘⠆ ⠠⠒⠠⠒ 또는 ⠰⠉⠢⠰⠗⠱⠘⠆ ⠠⠒⠠⠒	제80항 조합($_nC_r$)은 ⠰⠉⠢⠰⠗⠱ ⠠⠒⠠⠒으로 적는다. $_3C_2$ ⠰⠉⠢⠼⠃⠱ ⠼⠃⠠⠒⠠⠒ $_{n-1}C_{r-1}$ ⠰⠉⠢⠰⠝⠤⠂⠗⠤⠂⠱ ⠠⠒⠠⠒⠠⠒⠠⠒ $2_{n-1}C_{r-1}$ ⠼⠃⠰⠉⠢⠰⠝⠤⠂⠗⠤⠂⠱ ⠠⠒⠠⠒⠠⠒⠠⠒ $_nC_r^2$ ⠰⠉⠢⠰⠗⠱⠘⠆ ⠠⠒⠠⠒
제51항 중복 순열($_n\Pi_r$)은 ⠰⠏⠢⠰⠗⠱ ⠠⠒⠠⠒ (4-6점, 1-2-3-4점, 2-3-6점, 1-3-4-5점, 1-2-3-5점, 3-5-6점)으로 적는다. $_7\Pi_2$ ⠰⠏⠢⠼⠛⠱ ⠼⠃⠠⠒⠠⠒	제81항 중복 순열($_n\Pi_r$)은 ⠰⠏⠢⠰⠗⠱ ⠠⠒⠠⠒으로 적는다. $_7\Pi_2$ ⠰⠏⠢⠼⠛⠱ ⠼⠃⠠⠒⠠⠒
제52항 중복 조합($_nH_r$)은 ⠰⠓⠢⠰⠗⠱ ⠠⠒⠠⠒ (1-2-5점, 2-3-6점, 1-3-4-5점, 1-2-3-5점, 3-5-6점)으로 적는다. $_7H_2$ ⠰⠓⠢⠼⠛⠱ ⠼⠃⠠⠒⠠⠒	제82항 중복 조합($_nH_r$)은 ⠰⠓⠢⠰⠗⠱ ⠠⠒⠠⠒으로 적는다. $_7H_2$ ⠰⠓⠢⠼⠛⠱ ⠼⠃⠠⠒⠠⠒
제53항 조건부 확률(⏐)은 ⠸⠳(1-2-5-6점)으로 적는다.	제83항 조건부 확률(⏐)은 ⠸⠳으로 적는다.
제54항 선분(ㅡ)은 ⠠⠤⠤(4-5-6점, 1-4점)으로 적는다.	제40항 선분($\overline{\ }$)은 ⠠⠤⠤으로 적는다.
제55항 직선(↔)은 ⠐⠪⠂(2-4-6점, 2-5점, 1-3-5점)으로 적는다.	제41항 직선(↔)은 ⠐⠪⠂으로 적는다.
제56항 반직선(→)은 ⠠⠕⠂(2-5점, 1-3-5점)으로 적는다.	제42항 반직선(→)은 ⠠⠕⠂으로 적는다.
제57항 합동(≡)은 ⠶⠶(2-3-5-6점, 2-3-5-6점)으로 적는다.	제43항 합동(≡)은 ⠶⠶으로 적는다.
제58항 각(∠)은 ⠫(1-4-5-6점)으로 적는다.	제44항 각(∠)은 ⠫으로 적는다.
제59항 삼각형(△)은 ⠐⠕(3-4-6점)으로 적는다.	제45항 삼각형(△)은 ⠫⠕으로 적는다.

현행	개정 후
제60항 수직(⊥)은 ⠸⠳⠶(3-5-6점, 3점)으로 적는다.	제46항 수직(⊥)은 ⠸⠳으로 적는다.
제61항 평행(//)은 ⠸⠸⠶(5-6점, 2-3점)으로 적는다.	제47항 평행(//)은 ⠸⠸으로 적는다.
제62항 평행이면서 같다(⫻)는 ⠸⠸⠶(2-5-6점, 2-3-5점)으로 적는다. *AB* ⫻ *CD* ⠠⠁⠠⠃⠀⠸⠸⠶⠀⠠⠉⠠⠙	제48항 평행이면서 같다(⫻)는 ⠸⠸⠶으로 적는다. AB ⫻ CD ⠠⠁⠠⠃⠀⠸⠸⠶⠀⠠⠉⠠⠙
제63항 닮음(∽)은 ⠸⠳⠶(6점, 3점)으로 적는다.	제49항 닮음(∽)은 ⠸⠳으로 적는다.
제64항 호(⌒)는 ⠸⠻⠶(4-5-6점, 2-4-6점)으로 적는다.	제50항 호(⌒)는 ⠸⠻으로 적는다.
제65항 사각형(□)은 ⠸⠻⠳⠶(4-5-6점, 4-6점, 1-3점)으로 적는다.	제51항 사각형(□)은 ⠸⠻⠳⠶으로 적는다.
제66항 정사각형(□)은 ⠸⠻⠶(4-5-6점, 2-3-5-6점)으로 적는다.	삭제
제67항 오각형(⌂)은 ⠸⠻⠳⠶(4-5-6점, 2-4-6점, 1-3점)으로 적는다.	제52항 오각형(⌂)은 ⠸⠻⠳⠶으로 적는다.
제68항 육각형(⬡)은 ⠸⠻⠹⠶(4-5-6점, 2-4-6점, 1-3-5점)으로 적는다.	제53항 육각형(⬡)은 ⠸⠻⠹⠶으로 적는다.
제69항 사다리꼴(⏢)은 ⠸⠻⠵⠶(4-5-6점, 3-4점, 1-6점)으로 적는다.	제54항 사다리꼴(⏢)은 ⠸⠻⠵⠶으로 적는다.
제70항 평행사변형(▱)은 ⠸⠻⠳⠵⠶(4-5-6점, 3-4점, 3-4점)으로 적는다.	제55항 평행 사변형(▱)은 ⠸⠻⠳⠵⠶으로 적는다.
제71항 그러므로(∴)는 ⠸⠳⠶(3-4점, 3점)으로 적고, 그 앞뒤를 두 칸씩 띈다.	제56항 ‘그러므로’(∴)는 ⠸⠳⠶으로 적고, 그 앞뒤를 두 칸씩 띈다.
제72항 왜냐하면(∵)은 ⠸⠶(1-6점, 1점)으로 적고, 그 앞뒤를 두 칸씩 띈다.	제57항 ‘왜냐하면’(∵)은 ⠸⠶으로 적고, 그 앞뒤를 두 칸씩 띈다.
제73항 (중략) [붙임] 각을 곱이나 다항식 등으로 표시할 때에는 괄호로 묶는다. $\sin 3x$ ⠠⠎⠠⠊⠠⠝⠼⠉⠠⠭ $\sin xy$ ⠠⠎⠠⠊⠠⠝⠠⠭⠠⠽ $\sin\frac{x}{6}$ ⠠⠎⠠⠊⠠⠝⠼⠠⠭⠸⠌⠼⠋ $\cos(-\theta)$ ⠠⠉⠠⠕⠠⠎⠷⠤⠨⠹⠾ $2\cos x$ ⠼⠃⠠⠉⠠⠕⠠⠎⠠⠭	제60항 (중략) [붙임] 각이 곱, 다항식 등으로 표시되어 있을 경우에는 묶음 괄호로 묶는다. $\sin 3x$ ⠠⠎⠠⠊⠠⠝⠷⠼⠉⠠⠭⠾ $\sin xy$ ⠠⠎⠠⠊⠠⠝⠷⠠⠭⠠⠽⠾ $\sin\frac{x}{6}$ ⠠⠎⠠⠊⠠⠝⠷⠠⠭⠸⠌⠼⠋⠾ $2\cos x$ ⠼⠃⠠⠉⠠⠕⠠⠎⠠⠭ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

현행	개정 후
$a\sin(\alpha t+\beta)$ ⠠⠎⠊⠝⠣⠁⠞⠬⠃⠜ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ ⠠⠎⠊⠝⠢⠭⠬⠠⠉⠕⠎⠢⠭⠬⠼⠁ $\sin^3 x$ ⠠⠎⠊⠝⠢⠭ $\sin x^3$ ⠠⠎⠊⠝⠭⠢⠉	⠠⠎⠊⠝⠢⠭⠬⠠⠉⠕⠎⠢⠭⠬⠼⠁ $\sin^3 x$ ⠠⠎⠊⠝⠢⠭ $\sin x^3$ ⠠⠎⠊⠝⠭⠢⠉
제74항 역삼각함수는 다음과 같이 적는다.	제61항 역삼각 함수는 다음과 같이 적는다.
제75항 쌍곡선함수는 다음과 같이 적는다.	제62항 쌍곡선 함수는 다음과 같이 적는다.
제76항 미분상(미분계수) $\frac{\Delta y}{\Delta x}$는 처음에는 ⠠⠙⠽⠸⠌⠠⠙⠭(4-6점, 1-4-5점, 1- 3-4-6점, 3-4점, 4-6점, 1-4-5점, 1-3-4-5-6점)과 같이 적고, 익숙해지면 ⠠⠙⠽⠸⠌⠠⠙⠭(3-4-6점, 1-3-4-6점, 3-4점, 3-4-6점, 1-3-4-5-6점)으로 적는다.	제65항 변화율 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$는 ⠠⠙⠽⠸⠌⠠⠙⠭으로 적는다.
제77항 도함수(x)는 ⠭⠄⠔(1-3-4-6점, 4점, 2점)으로 적되, 각 도함수는 다음과 같이 적는다.	제66항 도함수는 다음과 같이 적는다.
제78항 편미분(∂)은 ⠙(1-2-4-6점)으로 적는다.	제67항 편미분(∂)은 ⠙으로 적는다.
제79항 미분 연산자(∇)는 ⠫⠙(4-5-6점, 1-4-6점)으로 적는다.	제68항 미분 연산자(∇)는 ⠫⠙으로 적는다.
제80항 라플라스 변수($\mathscr{L}f(t)$)는 ⠠⠇⠋⠣⠞⠜(5점, 2-4-6점, 1-2-4점, 2-3-6점, 2-3-4-5점, 3-5-6점)으로 적는다.	제69항 라플라스 변수($\mathcal{L}f(t)$)는 ⠠⠇⠋⠣⠞⠜으로 적는다.
제81항 부정적분은 ⠠⠮(2-3-4-6점)으로 적는다.	제72항 부정적분은 ⠠⠮으로 적는다.
제82항 정적분의 적분 범위는 ⠳(5-6점)으로 시작하며, 맨 끝을 한 칸 띄어 하단을 먼저 적고 상단을 나중에 적되, 하단과 상단 사이는 한 칸을 띄고 괄호는 대괄호로 적는다. $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b$ ⠠⠮⠢⠁⠳⠃⠀⠙⠭⠀⠨⠅⠠⠋⠭⠨⠜⠢⠁⠳⠃	제73항 정적분은 적분 범위를 ⠳으로 시작하고 아래 끝, 위 끝, 본식(피적분 함수)의 순으로 적되, 아래 끝과 위 끝 사이, 위 끝과 본식(피적분 함수) 사이를 한 칸씩 띄어 적는다. 적분 괄호는 대괄호로 적는다. $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b$

현행	개정 후
⠠⠠⠶⠠⠠⠶⠠⠠⠶

현행	개정 후
가. 부분집합이 기호의 왼쪽에 있을 때(⊂)에는 ⠸⠢으로 적는다. 나. 부분집합이 기호의 오른쪽에 있을 때(⊃)에는 ⠢⠸으로 적는다. 다. 부분집합이 기호의 왼쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때(⊄)에는 ⠸⠳⠢으로 적는다. 라. 부분집합이 기호의 오른쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때(⊅)에는 ⠳⠢⠸으로 적는다.	가. 부분 집합이 기호의 왼쪽에 있을 때(⊂)에는 ⠸⠢으로 적는다. 나. 부분 집합이 기호의 오른쪽에 있을 때(⊃)에는 ⠢⠸으로 적는다. 다. 부분 집합이 기호의 왼쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때(⊄)에는 ⠸⠳⠢으로 적는다. 라. 부분 집합이 기호의 오른쪽에 있으면서 부정을 나타낼 때(⊅)에는 ⠳⠢⠸으로 적는다.
제86항 명제를 나타내는 기호는 다음과 같이 적는다. 5. 쌍조건문(↔)은 ⠠⠳⠢⠠으로 적는다. 6. 필요충분(⇔)는 ⠠⠳⠢⠢⠠으로 적는다.	제77항 명제를 나타내는 기호는 다음과 같이 적는다. 5. 쌍조건문(↔)은 ⠠⠳⠢⠠으로 적는다. 6. 필요 충분(⇔)은 ⠠⠳⠢⠢⠠으로 적는다.
제87항 행렬식은 ⠸⠸ ⠸⠸(1-2-5-6점, 1-2-5-6점)으로 묶되, 개행 기호는 ⠸⠸(3-4-5점)으로 적고, 앞뒤를 한 칸씩 띈다.	제28항 행렬은 ⠸ ⠸으로, 행렬식은 ⠸⠸ ⠸⠸으로 묶되, 개행 기호는 ⠸으로 적고 앞뒤를 한 칸씩 띈다. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$ ⠸⠸ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒⠠ ⠸ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒⠠ 행렬식 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ⠠⠠⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠸ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒⠠ ⠠⠠⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒⠠⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒⠸ ⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒⠠⠁⠂⠁⠆⠂⠁⠒
제88항 행렬은 소괄호로 묶는다.	제28항 (앞 내용과 동일)
제89항 켤레복소수(¯)는 ⠠⠠(4점, 1-4점)으로 적는다.	제25항 켤레 복소수(¯)는 ⠠⠠으로 적는다.
제90항 쌍점(:)은 ⠒⠒(5점, 2점)으로 적고, 그 뒤에 한 칸을 띈다.	(삭제)

현행	개정 후
제91항 비례한다($\propto$)는 ⠸⠒(3-4-6점, 2-5점)으로 적는다.	(삭제)
제92항 한 수식이 두 줄 이상으로 연결되는 경우, 연산 기호 아닌 것이 줄 끝에 올 때에는 식의 연결 기호 ⠐(6점)을 적는다.	제86항 한 수식이 두 줄 이상으로 연속될 때 사칙 연산, 등호, 분수 표가 아닌 점자가 줄 끝에 놓일 경우에는 식의 연결 기호 ⠐을 적는다.
제93항 형태적 기호는 아래 표와 같이 적는다.	(삭제)
신설	제85항 표본비율(ˆ)은 ⠈⠢으로 적되, 단위벡터 기호로도 사용한다. $\hat{p}$ ⠈⠢ $\sigma(\hat{p}) = \sqrt{V(\hat{p})}$ ⠰⠎⠷⠈⠢⠾ ⠒⠒ ⠰⠧⠷⠈⠢⠾

집필진

김한규 서울맹학교 교사
김혜미 점역사
박교식 경인교대 수학교육과 교수
박성수 강원명진학교 교사
배대식 강원명진학교 교사
송지숙 한국시각장애인복지관 팀장

[2017 한국 점자 규정] 수학 점자 규정 해설

2018년 3월 31일 인쇄
2018년 3월 31일 발행

발 행 인 : 송철의
발 행 처 : 국립국어원
주 소 : 서울시 강서구 금낭화로 154
전 화 : 02-2669-9696
인 쇄 :한국시각장애인연합회 인쇄사업단

담당: 남미정 학예연구사(특수언어진흥과)